

Résolution de problèmes arithmétiques (avec énoncé écrit)



*Identification des difficultés
et pistes de remédiation*

Cliquer sur les sous titres pour accéder directement aux diapositives correspondantes

Trois entrées

```
graph TD; A[Trois entrées] --> B[Le contrat didactique et pédagogique]; A --> C[L'énoncé]; A --> D[Les repères méthodologiques]; B --> B1[Climat scolaire]; B --> B2[Rapport à l'erreur]; B --> B3[Compétences psychosociales]; C --> C1[Environnement de référence]; C --> C2[Illustrations]; C --> C3[Lexique / Syntaxe]; C --> C4[Compréhension]; D --> D1[Démarche]; D --> D2[Modéliser]; D --> D3[Calculer]; D --> D4[Répondre];
```

Le contrat didactique et pédagogique

- [Climat scolaire](#)
- [Rapport à l'erreur](#)
- [Compétences psychosociales](#)

L'énoncé

- [Environnement de référence](#)
- [Illustrations](#)
- [Lexique / Syntaxe](#)
- [Compréhension](#)

Les repères méthodologiques

- [Démarche](#)
- [Modéliser](#)
- [Calculer](#)
- [Répondre](#)

Climat scolaire

Difficultés potentielles	Pistes de remédiation
- Peur à priori ; le mot « problème » a une connotation négative. - Goût de l'effort faible, peu de persévérance.	A travailler en amont avec les élèves : Avoir confiance en soi : croire en ses capacités (clic) Avoir de l'estime de soi : connaître sa valeur - Créer la confiance (ambiance ludique, échanges libres, manipulations, droit et statut de l'erreur, lever les postures de refus, tutorat, ...). - Familiariser et mobiliser : Proposer des situations problèmes quotidiennement (cf 10 problèmes par semaine Mathebdo) (clic) Proposer régulièrement aux élèves des problèmes atypiques pour créer le désir de chercher. → Créer des conditions de réussite - Laisser du temps aux élèves pour chercher (le PE laisse souvent peu de temps). → Aider l'élève sans lui donner d'indices, de procédures ou de modélisation mais en proposant d'autres aides (donner 3 problèmes de même structure, avec les mêmes données mais dans différents contextes et permettre à l'élève de s'engager dans celui qui lui est plus familier, et pas de réussite malgré tout, proposer plusieurs modélisations possibles) → Proposer du matériel mais en laissant l'élève représenter seul.

Ressources

Pour la confiance en soi



Pour les aides à apporter : cliquer sur le lien pour accéder à l'article complet

[Julo \(Grand N69, p 43\)](#) : « L'objectif premier d'une démarche d'aide à la représentation est de permettre une authentique résolution de problèmes c'est-à-dire **la réussite dans la tâche proposée par invention d'une procédure de résolution.** [...] Il nous semble peu plausible qu'un échec dans la résolution, même si le problème est ensuite corrigé et expliqué, puisse contribuer de manière positive [...] ».

10 problèmes par semaine : cliquer sur le logo pour accéder au site



Rapport à l'erreur

Difficultés potentielles	Pistes de remédiation
- Pas de mise au travail, lenteur. - Manque d'habitude, régularité. - Pas de vérification. - Pas de demande d'explication.	- Laisser les élèves trouver une réponse au problème sans passer par des questions préalables perturbatrices (par exemple, ne pas demander d'identifier les informations utiles, inutiles) et comparer les procédures, les hiérarchiser. - Explorer les stratégies utiles et possibles (permettre aux élèves de tâtonner, d'utiliser autre chose que les nombres et les calculs pour trouver). - Possibilité de choisir une voie originale = stratégie personnelle acceptée. - Place du brouillon = espace de recherche.

Compétences psychosociales

Difficultés potentielles	Pistes de remédiation
- Manque de coopération (individualisme et égoïsme) / Pas de vécu du travail en groupe. - Hétérogénéité des attitudes. - Pas de cadre posé lors des travaux de groupes.	- Possibilité d'échanger avec un camarade. - Travailler en groupe : une ressource de Canopé sur la mise en œuvre des travaux de groupe ici - Coopérer, chercher, conflit cognitif, explorer les pistes, justifier, remettre les propos de l'autre en cause, débattre...

Environnement de référence

Difficultés potentielles	Pistes de remédiation
- Familiarité plus ou moins grande (clic) : * avec le sujet ou thème évoqué par la situation proposée. * avec le support « problème ».	- Anticiper : PE doit se poser la question de la pertinence de la situation proposée (aller à la Poste, la liste de course, ...) - Faire expliciter entre pairs - S'appuyer sur le vécu pour le choix du contexte de l'énoncé. - Faire créer des énoncés de problèmes avec des contraintes ; faire créer la question d'un problème. - Faire lire et trier de courts textes : trier ceux qui sont des énoncés de problèmes et ceux qui n'en sont pas.

Ressource : [synthèse du guide CM](#) sur la page du site de l'IA49, onglet « ressources », puis chapitre 3 (ce qui fait obstacle et quelques actions possibles)

Illustrations (clic)

Difficultés potentielles	Pistes de remédiation
- Illustrations surchargent, encombrement. - L'élève s'appuie exclusivement sur l'illustration qui parfois ne sert que de décor. - Les allers-retours énoncé / illustrations sont coûteux cognitivement.	- S'interroger sur la finalité de l'illustration. - Limiter les illustrations superflues qui distraient.

Ressource : [synthèse du guide CM](#) sur la page du site de l'IA49, onglet « ressources », puis chapitre 3 (ce qui fait obstacle et quelques actions possibles)

Le texte de l'énoncé du problème

Ce qui fait obstacle :

- Le degré de familiarité de l'élève avec l'environnement du problème ;
- La longueur et la forme de l'énoncé ;
- La présence ou non d'illustrations ;
- La présence d'éléments superflus ;
- Le lexique spécifique aux mathématiques ;
- Les mots clés de l'énoncé (*plus, moins, fois ...etc*) ;
- L'inscription ou non dans le champ de la validité de la conception intuitive des opérations ;
- Un scénario facilitant ou non la perception des relations mathématiques en jeu.

Quelques actions possibles :

- Créer des problèmes directement en lien avec les activités des élèves et les événements vécus par la classe ;
- Proposer des problèmes longs sans complexité particulière ;
- Agir sur la question : position, formulation, questions intermédiaires ;
- Privilégier des problèmes sans illustration qu'elles soient décoratives, aidantes ou essentielles. Vigilance lors du choix des manuels ;
- Eviter l'activité décrochée « repérer les données utiles et données inutiles », en la privilégiant lors de la mise en commun ;
- S'appuyer sur les inférences pour reformuler et faire des hypothèses qui seront vérifiées ensuite ;
- Vigilance particulière sur l'acquisition du langage spécifique mathématique (*de plus, au moins, inférieur à, triple, autant...etc*) ;
- Proposer en parallèle des problèmes qui correspondent au modèle mathématique sous-jacent (*plus = addition*) et des problèmes sans concordance (*plus = soustraction*) ;
- Proposer des problèmes inscrits et des problèmes non inscrits dans le champ de validité de la conception intuitive de l'opération ;
- Proposer des scénarios facilitateurs et des scénarios non facilitateurs.



Lexique / Syntaxe

Difficultés potentielles	Pistes de remédiation
- Incompréhension ou compréhension partielle du lexique mathématique (noms, adverbes et verbes...) : autant que, moins que, plus que, l'écart, retirer, une remise... - Implicite de certains mots (par exemple l'implicite de l'unité dans une situation de proportionnalité : « Dans une usine chaque ouvrier fabrique 125 objets par jour »).	- Anticiper les difficultés (clic pour exemple) - Séances de langage + débats axés sur le vocabulaire spécifique et la syntaxe (questions...) (clic) / Entraînement grammatical (correspondance questions-réponses) - Garder trace. - Attention à ne pas généraliser le sens d'un mot ou d'une expression (plus que) et ne pas l'associer systématiquement à l'addition / Apprendre à inhiber.

Outil testé dans la classe de Cécile Joffre pour engager une discussion avec les élèves sur le lexique et la syntaxe employé dans les énoncés de problèmes.

Résultats des réponses des élèves	 Je comprends.	 Je ne comprends pas.	 Je ne sais pas trop.	Analyses Commentaires
1. ajouter				
2. chaque				
3. combien...lui reste-t-il ?				
4. en tout				
5. enlever/ retirer				
6. le plus/ le moins				
7. avant / maintenant / après				
8. avait / aura				
9. de plus / de moins				
10. chacun				
11. combien				
12. encore				
13. gagner / perdre				
14. combien coute...				
15. manque				
16. au total				
17. autant				
18. trop				
19. assez de / assez				
20. obtenir				

Problème des pommes, recherche d'une partie (Catherine Houdement)

→ *Deux formulations d'énoncés pour un même problème en CP. La deuxième formulation occasionne plus de réussites pour les élèves*

Pierre et Anne ont ensemble 9 pommes. Pierre a 3 pommes.
Combien de pommes a Anne ?

Pierre et Anne ont ensemble 9 pommes. 3 des pommes
appartiennent à Pierre, les autres appartiennent à Anne. Combien de
pommes à Anne ?

Compréhension

Difficultés potentielles	Pistes de remédiation
- Difficulté de certains énoncés - Lecture difficile (décodage difficile ou trop lent) - Difficulté de compréhension syntaxique - Difficultés à catégoriser (les tulipes et les jonquilles sont des fleurs...). - Mémorisation des informations insuffisante - Difficulté pour se représenter mentalement la situation - Difficulté à comprendre les principes mathématiques impliqués à travers l'énoncé - Certains énoncés ne sont pas écrits dans l'ordre chronologique de la situation.	- Anticipation du PE : lire, résoudre le problème, identifier les obstacles, prévoir les obstacles possibles et les différentes procédures → - <i>énoncé court</i> - <i>syntaxe et vocabulaire simples</i> - <i>sans donnée superflue</i> - <i>contexte facile à comprendre (à priori)</i> - Varier les situations proposées, proposer des photo-problèmes type maths en vie (pas de problème de lecture). - Enseignement explicite - Étayage - Oraliser les énoncés - Accompagner la lecture individuelle - Expliquer les mots qui font obstacle + <u>point de vigilance</u> : s'assurer de la compréhension de l'énoncé mais attention à ne pas court-circuiter la recherche. - Vérifier la compréhension - Faire reformuler ; Raconter la situation avec / sans nombres. - Représenter de différentes façons au choix de l'élève : dessiner, schématiser, mettre en scène, vidéo, mime... Choisir parmi des représentations. Apprendre à passer d'une représentation à une autre à vers l'abstraction → <u>Vidéo utilisation du mime</u> : http://maths.dsden80.ac-amiens.fr/058-05-un-dispositif-materiel-des-exemples-de-procedures.html - Matérialiser la situation - Manipuler pour comprendre - Matériel : cubes emboîtables sécables, frise numérique, tableau des nombres, base dix, Cuisenaire, billets, pièces, jetons, bouchons... + <u>point de vigilance</u> : sur la manipulation (nécessaire phase d'appropriation du matériel, nécessité de bloquer la manipulation pour rentrer dans l'activité mathématique...). - Reconstituer l'ordre chronologique sur l'axe du temps (Au début... Puis... À la fin).

Démarche

Difficultés potentielles	Pistes de remédiation
- « Blocage » : aucun engagement, par manque de repères et de stratégies à mobiliser / Précipitation. - Non réponse à la question initiale - Difficulté de décentration (métacognition)	<u>Vers une démarche structurée : (clic)</u> - Les quatre étapes proposées par le guide CM : comprendre (voir entrée n°2), modéliser, calculer et répondre. - Dialogue pédagogique. - Mise en place d'une progression (de problèmes simples et identiques à d'autres plus complexes...)

Ressources : clic sur les liens pour accéder aux ressources

- [Synthèse du guide CM](#) sur la page du site de l'IA49, onglet « ressources », puis chapitre 2
- [Exemple d'une résolution de problème complexe en CM2](#)
- [Exemple pour un problème ouvert en CM](#)

2- Qu'est-ce que résoudre un problème ? (chapitre 2)

4 phases fondamentales pour résoudre un problème :
Comprendre, modéliser, calculer et répondre

Comprendre (p. 44-47)

<https://eduscol.education.fr/document/32206/download?attachment/download#page=45>

Un problème est en premier lieu **une histoire qu'il va falloir comprendre** ; mais cette histoire se distingue des histoires que peuvent rencontrer les élèves dans d'autres contextes sur deux points en particulier :

- La compréhension doit être fine
- Il y a une question

Répondre (p. 51-53)

<https://eduscol.education.fr/document/32206/download?attachment/download#page=52>

Cette phase correspond à l'**interprétation** des résultats des calculs par les élèves et la **communication** de ceux-ci de manière compréhensible par tous.

Une **régulation** doit être effectuée afin de vérifier que la réponse apportée est cohérente (ordre de grandeur, réalisme) et si celle-ci répond bien à la question du problème.

Modéliser (p. 48-50)

<https://eduscol.education.fr/document/32206/download?attachment/download#page=49>

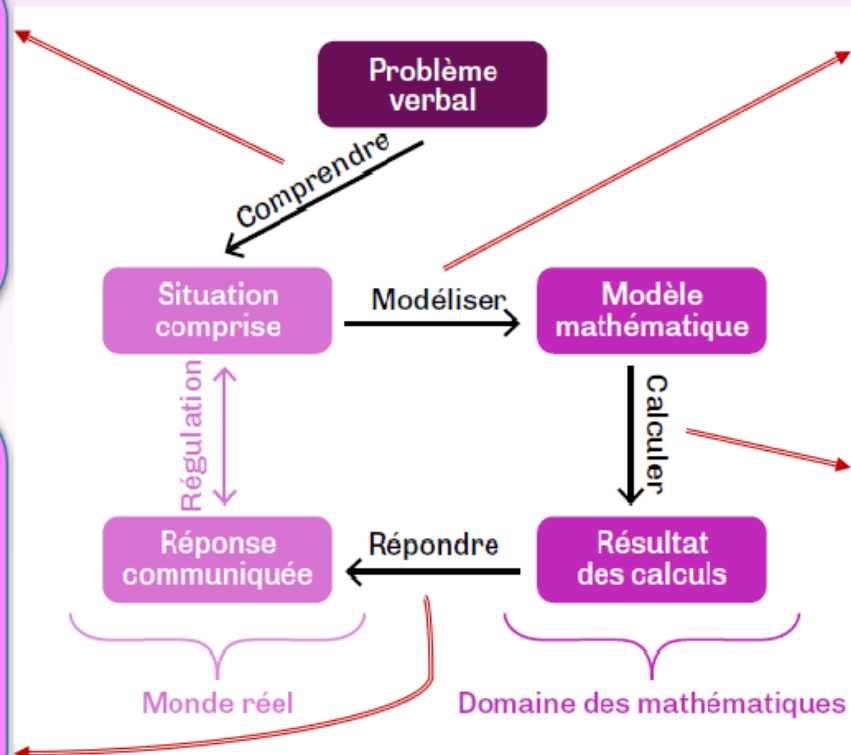
La modélisation est le processus par lequel l'élève **transpose les informations d'un problème verbal en données mathématiques** . La phase « modéliser », à l'école élémentaire, aboutit à déterminer, en s'appuyant sur diverses représentations (*dessins, schémas, tableaux, arbres*), quelles opérations devront être effectuées pour répondre à la question.

Calculer (p. 50)

<https://eduscol.education.fr/document/32206/download?attachment/download#page=51>

Cette étape correspond à la phase de **réalisation des calculs** déterminés par la phase précédente de modélisation.

La résolution de problèmes va contribuer à la bonne maîtrise des techniques de calculs attendues des élèves.



Focus : analyser les erreurs des élèves pour adapter l'aide à leur apporter (p. 56-63)



Résolution d'un problème complexe en CM2 (une séance d'apprentissage structurée en résolution de problèmes)

- Temps 1 : présentation du problème, compréhension de l'énoncé.
- Temps 2 : appropriation individuelle.
- Temps 3 : résolution en binômes.
- Temps 4 : mise en commun, ouverture à la diversité des stratégies de résolution (*mise en commun anticipée et préparée par l'enseignant pour pouvoir structurer ensuite*).
- Temps 5 : institutionnalisation des différentes procédures dégagées, organisation des résultats pour un écrit.



Parcours magistère en inscription libre : <https://magistere.education.fr/reseau-canope/course/view.php?id=937>

Vidéo résoudre un problème ouvert en CM : Observer une démarche de résolution de problèmes ; analyser les gestes professionnels qui engagent et soutiennent les élèves ; observer le dispositif mis en œuvre par l'enseignante pour les élèves en difficulté sans pour autant court-circuiter la recherche.

Les commerçants d'une rue ont fait peindre leur nom sur leur vitrine : chaque lettre de l'alphabet coute un prix différent.

- PAUL a payé 30 €.
- SEBASTIEN a payé 96 €.
- PAULINE a payé 47 € ;
- BASTIEN a payé 71 € ;
- PAULE a payé 40 €.

Combien a payé INES pour faire peindre son nom ?

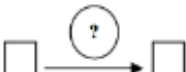
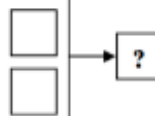
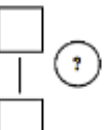
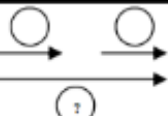
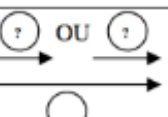


<https://www.dailymotion.com/video/x59tzm0>

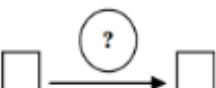
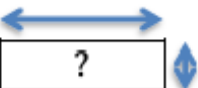
Modéliser

Difficultés potentielles	Pistes de remédiation
- Identifier le modèle mathématique.	- Travail sur le sens des opérations (soustraire ce n'est pas forcément « enlever » ce peut être aussi un écart, une recherche de complément / multiplier ne peut se réduire à l'addition itérée, diviser c'est partager, mais aussi faire des groupements ...). - Importance de confronter les élèves à de nombreux problèmes basiques variés. - Importance de la catégorisation : Faire des analogies entre les différents problèmes rencontrés. Appui sur la typologie de Vergnaud (clic), un outil pour l'enseignant. - Référents (affichage, boîte à problèmes...) à construire progressivement avec les élèves. - Mettre en mémoire des problèmes : en rencontrant des problèmes relevant du même champ conceptuel, l'élève pourra automatiser ses procédures et les inscrire dans une mémoire à long terme (<i>recherche de solutions, mise en réseau des connaissances, utiliser des représentations graphiques variées, catégoriser</i>). + <u>point de vigilance</u> (Julo, grand N 69) : « Les pratiques qui consistent à « apprendre des schémas » en misant sur l'explicitation des classes de problèmes, leur différenciation au moyen d'un code symbolique et un entraînement à la catégorisation paraissent peu adaptées. »

Classification des problèmes du champ additif selon la typologie de Vergnaud

Problèmes du champ additif		Exemples	Classement
TRANSFORMATION d'état <i>(positive ou négative)</i>	Recherche de l'état final		Pierre arrive à l'école avec 8 billes. Il en perd 3 à la récréation. Combien en a-t-il maintenant ?
	Recherche de la transformation		Pierre arrive à l'école avec 8 billes. Après la récréation, il en a 11. Combien en a-t-il gagnées ?
	Recherche de l'état initial		Pierre gagne 3 billes à la récréation. Il en a maintenant 8. Combien en avait-il au départ ?
COMPOSITION de 2 états	Recherche du tout		Dans ce bouquet de fleurs, il y a 8 roses et 7 iris. De combien de fleurs ce bouquet est-il composé ?
	Recherche d'une partie		Dans le bouquet de 15 fleurs de maman, il y a 5 roses et des iris. Combien y a-t-il d'iris ?
COMPARAISON d'états	Recherche de l'un des états		Pierre a 8 billes. Sarah en possède 7 de plus que Pierre. Combien Sarah a-t-elle de billes ?
	Recherche de la comparaison		Mon ballon vaut 13 euros dans un magasin et 18 euros dans un autre. De combien est-il plus cher dans le second magasin ?
COMPOSITION de transformations <i>(positives ou négatives)</i>	Recherche de la transformation composée		Zoé a gagné 9 billes le matin et 7 billes l'après-midi. Combien Zoé a-t-elle gagné de billes dans la journée ?
	Recherche de l'une des composantes		Au jeu de piste, je joue 2 coups. Au deuxième coup, j'avance de 9. Au total, j'ai reculé de 4. Que s'est-il passé au premier coup ?

Classification des problèmes du champ multiplicatif selon la typologie de Vergnaud

Problèmes du champ multiplicatif			Exemples	Classement
Comparaison multiplicative N fois plus // N fois moins	Recherche du résultat		<i>J'ai 28 images. Marie en a 2 fois plus que moi. Combien Marie a-t-elle d'images ?</i>	
	Recherche du rapport		<i>J'ai 40 billes et Tom en a 80. Tom en a combien de fois plus que moi ?</i>	
PROPORTIONNALITE	Produit cartésien	Recherche du nombre de couples possibles	$A \times B = ?$	<i>Je possède 3 vestes et 4 pantalons. Combien puis-je faire de tenues différentes ?</i>
		Recherche du nombre d'un élément	$C : A = ?$	<i>Avec mes 3 vestes et mes pantalons, je peux former 12 tenues différentes. Combien ai-je de pantalons ?</i>
	Configuration rectangulaire	Recherche du tout		<i>Ma feuille de papier mesure 30 cm de long et 21 cm de large. Quelle est son aire ?</i>
		Recherche d'une partie		<i>Ma feuille de papier mesure 30 cm de long. Son aire est de 630 cm². Quelle est sa largeur ?</i>
	Multiplication	Recherche du nombre total d'éléments	$1 \rightarrow a$ $b \rightarrow ?$	<i>Un livre coûte 3 euros. Combien coûtent 5 livres ?</i>
	Division partition	Recherche de la valeur d'une part	$c \rightarrow d$ $1 \rightarrow ?$	<i>5 livres coûtent 15 euros. Combien coûte un livre ?</i>
	Division quotient	Recherche du nombre de parts	$1 \rightarrow e$ $? \rightarrow f$	<i>Un livre coûte 3 euros. Je paie 15 euros. Combien ai-je acheté de livres ?</i>
	4ème de proportionnelle	(Sans passage à l'unité)	$g \rightarrow h$ $i \rightarrow ?$	<i>Trois livres coûtent 15 euros. Combien coûtent 4 livres ?</i>

Calculer

Difficultés potentielles	Pistes de remédiation
- L'élève ne convoque pas le calcul mental. - L'élève pose des opérations du type $6 + 5$. - Erreurs de calculs. - Maîtrise de l'algorithme	- Séances courtes de problèmes à résoudre par calcul mental. - Adapter les données numériques. - S'aider du cahier-outil. - Fournir la calculatrice. - Donner le résultat. - Développer les compétences en calcul lors de séances spécifiques de calcul : calcul mental, en ligne, posé, instrumenté.

Ressources pour travailler le calcul : [lien vers document d'Amélie](#)

Répondre

Difficultés potentielles	Pistes de remédiation
- Difficultés à interpréter les résultats obtenus. - Réponse impossible - L'élève ne contrôle pas la vraisemblance	- Manipulation pour valider un raisonnement. - Travailler l'estimation et l'ordre de grandeur - S'interroger sur des problèmes déjà résolus et sur la vraisemblance des réponses.