Activité 2 : Vers la convexité

Séq 1 (A1)	*Activité 2 : Vers la Convexité*

GROUPE A

On considère la fonction cube définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$. C_f est la courbe représentative de f dans un repère.

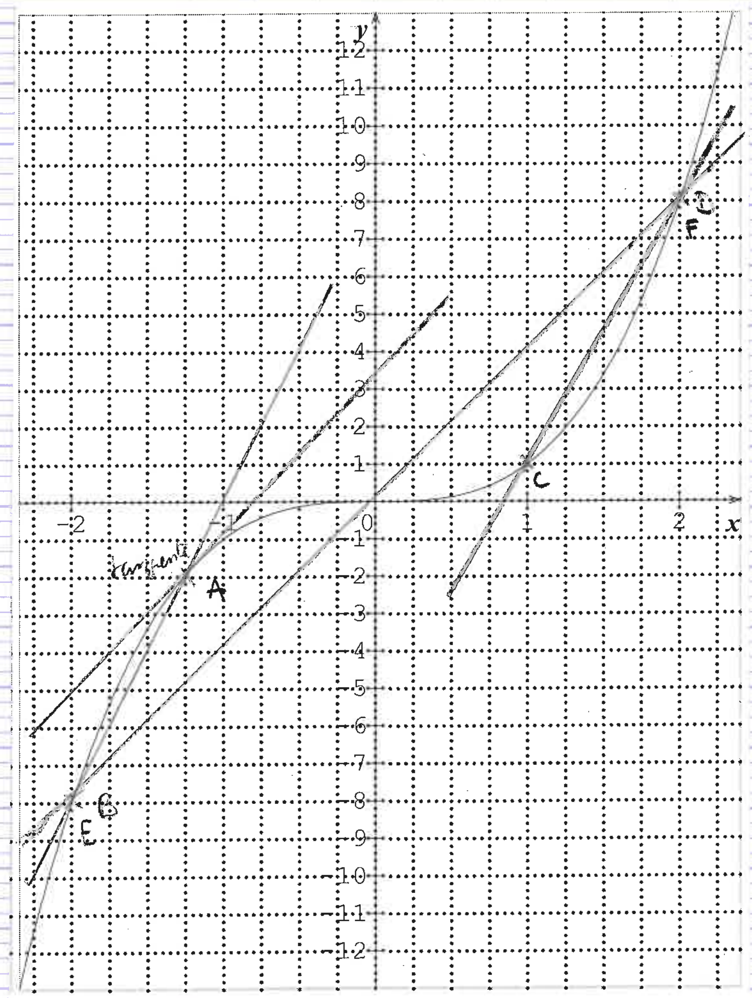
1. Placer deux points A et B d'abscisses négatives et tracer le segment [AB] (appelé CORDE ou SECANTE).

Comment est situé ce segment par rapport à la courbe . C_f ?

2. Faire de même avec des points C et D d'abscisses positives, puis avec le point E d'abscisse -2 et F d'abscisse 2.

3. On dit que **la fonction f** est CONCAVE sur l'intervalle $]-\infty; 0]$ et CONVEXE sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

Quelles définitions peut-on conjecturer ?



1) Soit le point A(-1,25 ; -2) et le point B (-2 ; -8). Ce segment est situé au dessus de Cf sur]-∞ ; -2] ; en dessous de Cf sur [-2 ; -1,25] et de nouveau au dessus sur [-1,25 ; +∞[.
Le segment est en dessous de Cf

2) Soit le point C(1 ; 1) et D(2 ; 8)
Ce segment est en dessous de Cf sur]-∞ ; 1], au dessus de Cf sur [1 ; 2] et au dessous sur [2 ; +∞[.
Le segment est au dessus de Cf.
Pour le segment EF, le segment est au dessous de Cf sur [-2 ; 0] et au dessus sur [0 ; 2]

3) Une fonction ou une partie de fonction est dite convexe si la courbe a une courbure orientée vers la droite et

est dite convexe si la courbe a une courbure allant vers la gauche.

On peut aussi dire que elle est concave sur $]-\infty ; 0]$ car sa corde est en dessous et

BILAN DES GROUPES

- Tracer les sécantes et les tangentes sur le graphique.
- Expressions de : $f'(x) =$ $3x^2$ et $f''(x) =$ $6x$
- Compléter le tableau suivant :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Position de C_f par rapport aux sécantes	Cf au dessus des cordes		Cf est en dessous des cordes
Position de C_f par rapport aux tangentes	Cf en dessous de la tangente		Cf est au dessus de la tangente
Variation de f'	↘		↗
Signe de $f''(x)$	$-$		$+$
Convexité de f	CONCAVE		CONVEXE

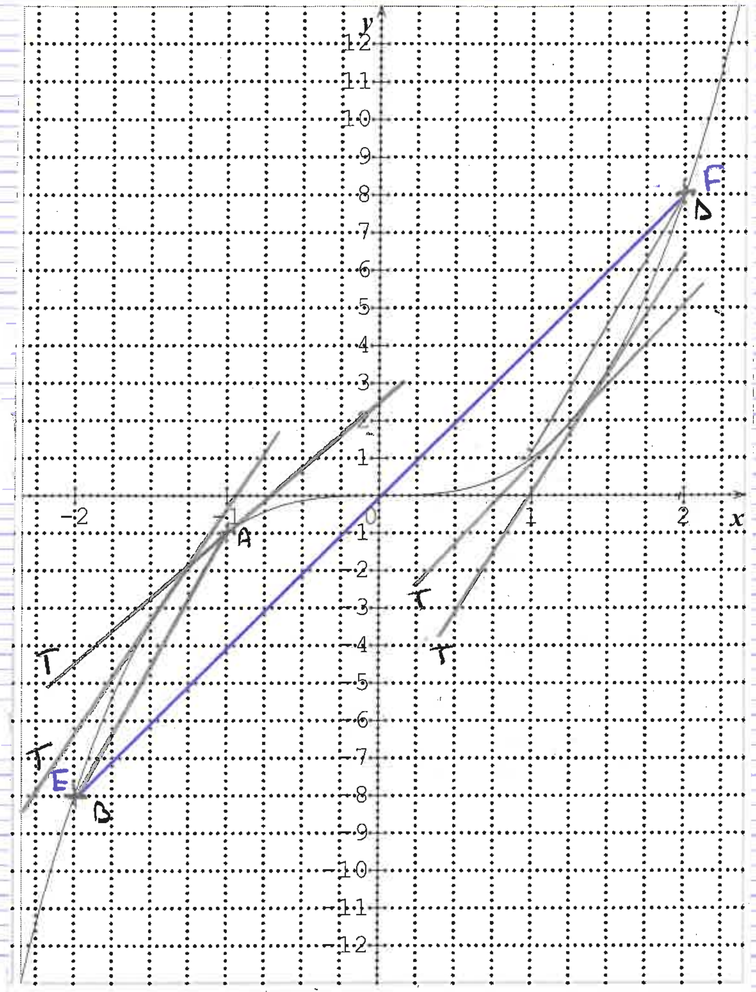
f seconde →

On dit que le point d'abscisse 0 est un point d'inflexion. Le changement de variation pour f' et le changement de signe pour f seconde.

→ passe de concave à convexe.

Séquence 1 Compléments sur la dérivée

Activité 2 : Vers la convexité



Soit $f(x) = x^3$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}$

1. Soit $A(-1 ; -1)$ et $B(-2 ; -8)$

La corde coupe la courbe C_f en 2 points, elle est en dessous de C_f sur $[-1 ; -2]$

2. Soit $C(1 ; 1)$ et $D(2 ; 8)$

La corde coupe la courbe C_f en 2 points, elle est au dessus de C_f sur $[1 ; 2]$

3. f est concave sur $]-\infty ; 0]$ car sa corde est en dessous de sa courbe C_f
f est convexe sur $[0 ; +\infty[$ car sa corde est au dessus de sa courbe C_f

Séq 1 (A1)	Activité 2 : Vers la Convexité

GROUPE A

On considère la fonction cube définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$. C_f est la courbe représentative de f dans un repère.

1. Placer deux points A et B d'abscisses négatives et tracer le segment [AB] (appelé CORDE ou SECANTE).
Comment est situé ce segment par rapport à la courbe . C_f ?
2. Faire de même avec des points C et D d'abscisses positives, puis avec le point E d'abscisse -2 et F d'abscisse 2.
3. On dit que **la fonction f** est CONCAVE sur l'intervalle $]-\infty; 0]$ et CONVEXE sur l'intervalle $[0; +\infty[$.
Quelles définitions peut-on conjecturer ?

BILAN DES GROUPES

- Tracer les sécantes et les tangentes sur le graphique.
- Expressions de : $f'(x) = 3x^2$ et $f''(x) = 6x$
- Compléter le tableau suivant :

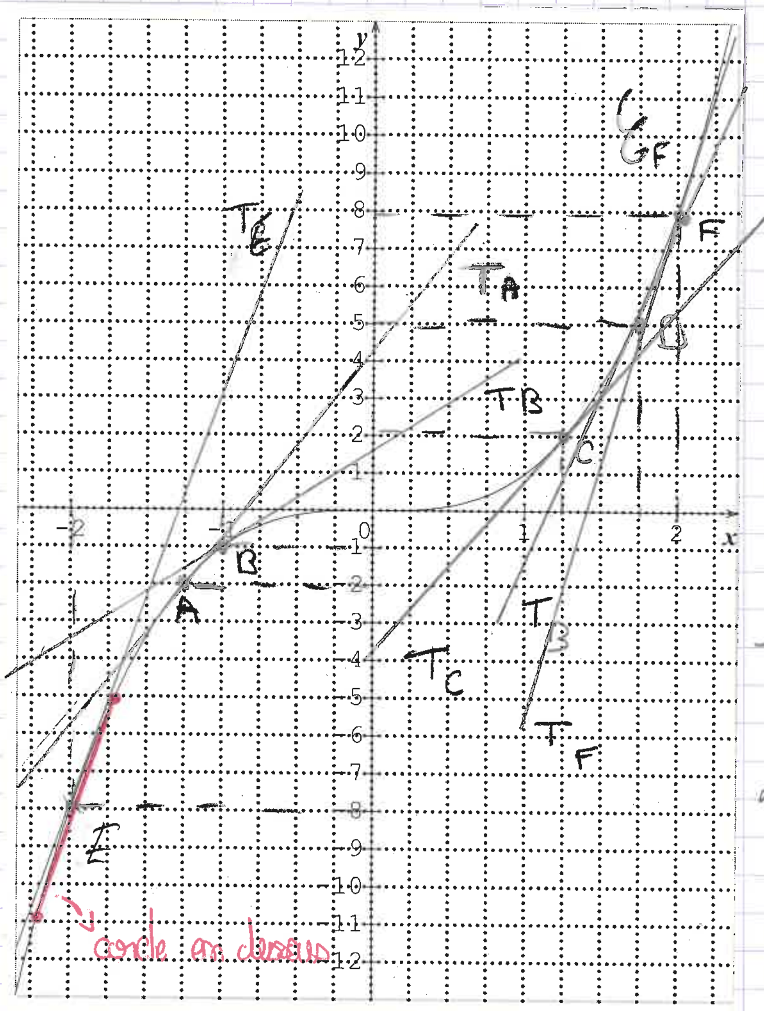
x	$-\infty$	0	$+\infty$
Position de C_f par rapport aux sécantes	C_f est au dessus des cordes		C_f est en dessous des cordes
Position de C_f par rapport aux tangentes	C_f est en dessous des cordes		C_f est au dessus des cordes
Variation de f'	↘		↗
Signe de $f''(x)$ f seconde	négatif < 0	0	positif > 0
Convexité de f	CONCAVE		CONVEXE

f'(x) est croissante, f est convexe
décroissante, f est concave

f''(x) > 0, Cf est convexe
f''(x) < 0, Cf est concave

On dit que le point d'abscisse 0 est un point d'inflexion
↳ changement de variation pour f'(x)
↳ changement de signe pour f''(x)

Séq 1 (A1)	Activité 2 : Vers la Convexité



GROUPE B

On considère la fonction cube définie sur ℝ par $f(x) = x^3$. C_f est la courbe représentative de f dans un repère.

Pour tout point M de C_f, on note T_M la tangente à C_f au point M.

1. Placer deux points A et B d'abscisses négatives et tracer approximativement les tangentes TA et TB. Comment sont situées ces tangentes par rapport à la courbe C_f ?
2. Faire de même avec des points C et D d'abscisses positives, puis avec le point E d'abscisse -2 et F d'abscisse 2
3. On dit que **la fonction** f est CONCAVE sur l'intervalle $]-\infty; 0]$ et CONVEXE sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

Quelle propriété peut-on conjecturer ?

1) A(-1,25 ; 2) et B(-1 ; 1)

T_B et T_A sont situées au dessus de $\mathcal{C}_f$

2) C(1,25 ; 2) et D(1,75 ; 5)

T_C et T_D sont situées en dessous de $\mathcal{C}_F$

E(-2 ; 8) et F(2 ; 8)

T_E est située au dessus de $\mathcal{C}_F$

T_F est située en dessous de $\mathcal{C}_F$

3) On déduit que : lorsque F est concave sur l'intervalle]-∞ ; 0] toutes tangent à un point d'abscisse x sont au dessus de $\mathcal{C}$
lorsque F est convexe sur l'intervalle [0 ; +∞[toutes tangente à un point d'abscisse x sont en dessous de $\mathcal{C}$.

BILAN DES GROUPES

- Tracer les sécantes et les tangentes sur le graphique.
- Expressions de : $f'(x) =$ ....$3x^2$......... et $f''(x) =$ ....$6x$..............
- Compléter le tableau suivant :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Position de C_f par rapport aux sécantes	$\mathcal{C}_F$ est au dessous des cordes		$\mathcal{C}_F$ est en dessous des cordes
Position de C_f par rapport aux tangentes	$\mathcal{C}_F$ est en dessous des tangentes		$\mathcal{C}_F$ est au dessus des tangentes
Variation de f'	↘		↗
Signe de $f''(x)$	−	0	+
Convexité de f	CONCAVE ∩		CONVEXE ∪

+ fréquente

On dit que le point d'abscisse 0 est un point d'inflexion.
lorsque l'on passe de concave à convexe = changement de convexité

Séq 1 (A1)	Activité 2 : Vers la Convexité

GROUPE C

On considère la fonction cube définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$. C_f est la courbe représentative de f dans un repère.

1. Calculer $f'(x)$.
2. f' est une fonction polynôme du second degré. Déterminer alors les **variations de f'** sur $\mathbb{R}$.
3. On dit que **la fonction f** est CONCAVE sur l'intervalle $]-\infty; 0]$ et CONVEXE sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

Quelle propriété peut-on conjecturer ?

1) $f(x) = x^3$ $\quad f'(x) = 3x^2$ $\quad f''(x) = 6x$

2) $x_1 = 0$ racine double

x		0	
signe $f''(x)$	$-$	0	$+$
variation f'	↘	0	↗

$f'(x)$ est décroissante sur $]-\infty ; 0]$ et croissante sur $[0 ; +\infty[$

3 Quand la dérivée est décroissante la $f(x)$ est concave et quand dérivée est croissante la fonction $f(x)$ est convexe

On dit que le point d'abscisse 0 est un point d'inflexion, changement de signe pour f''

…N DES GROUPES

- Tracer les sécantes et les tangentes sur le graphique.
- Expressions de : $f'(x) = 3x^2$ et $f''(x) = 6x$
- Compléter le tableau suivant :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Position de C_f par rapport aux sécantes	C_f est au dessus de la corde		C_f est en dessous de la corde
Position de C_f par rapport aux tangentes	C_f est en dessous de la tangente		C_f est au dessus de la tangente
Variation de f'	Quand f' ↘		Quand f' ↗
Signe de $f''(x)$	signe $-$ de f''	0	signe $+$ de f''
Convexité de f	Concave		Convexe