Calculs d'un appproximation de e :

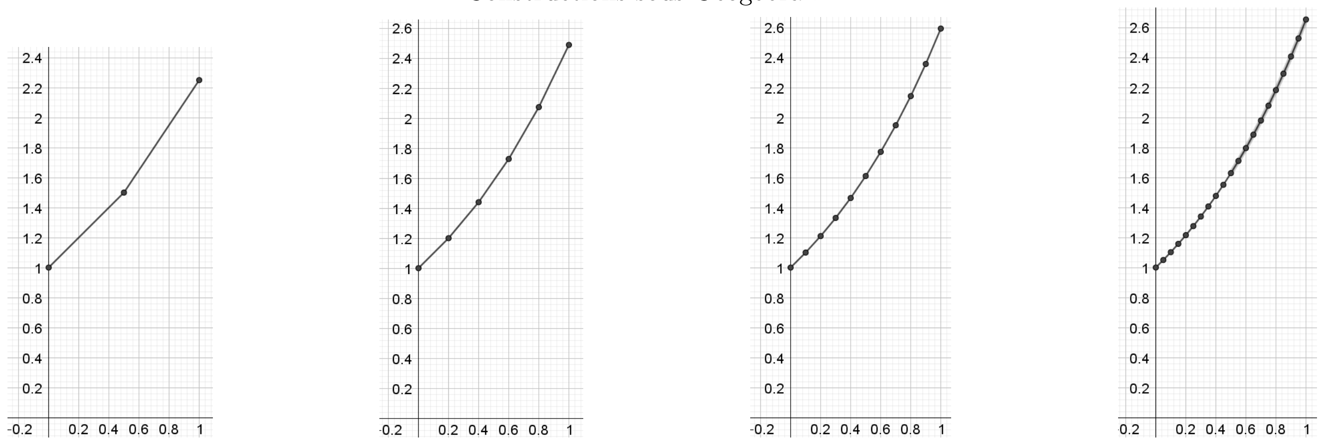
Objectif : Le but de ce document est de proposer une technique de calcul d'une valeur approchée de e. L'idée est d'effectuer une construction sur papier avant de basculer sous Python pour augmenter le nombre d'étapes de calculs

<u>Activité 1</u> : Approximation de $e = exp(1)$
On se propose de déterminer une approximation du nombre e, image de 1 par la fonction exponentielle.

1. On partage l'intervalle $[0; 1]$ en deux intervalles de même longueur.
   (a) Construire le point A_0 d'abscisse 0 de la courbe représentative de la fonction exponentielle.
   (b) Quel est le coefficient directeur de la tangente en A_0 ? Tracer cette tangente sur $[0; 0,5]$.
   (c) Placer le point A_1 de cette tangente d'abscisse $0,5$. Vérifier que l'ordonnée de ce point est $1,5$.
   (d) Par définition d'une tangente, ce point A_1 est proche de la courbe.
   Pour déterminer une approximation de e, on suppose que ce point A_1 est un point de la courbe. Expliquer alors pourquoi le coefficient directeur de la tangente en ce point est égal à $1,5$. Tracer cette tangente sur $[0,5; 1]$.
   (e) Placer le point A_2 d'abscisse 1 de cette tangente. Démontrer que l'ordonnée de ce point est $2,25$.
   On peut considérer que ce point A2 est proche du point d'abscisse 1 de la courbe. L'ordonnée de ce point est une première approximation pour le nombre e.
2. On partage l'intervalle $[0; 1]$ en n intervalles de même longueur. On reproduit le procédé précédent en approchant la courbe en chaque point $A_k(x_k; y_k)$ par la tangente en A_k pour k variant de 0 à $n - 1$.
   (a) Montrer que sur l'intervalle $[x_k; x_{k+l}]$, la tangente qui approche la courbe a pour équation $y = y_k(x - x_k) + y_k$.
   (b) Expliquer l'algorithme ci-contre.
   (c) En utilisant le fichier fourni par votre professeur, quelle approximation de e obtient-on pour $n = 4$? pour $n = 50$? pour $n = 1000$?

```
from math import *
n=int(input("Nombre de pas?"))
y=1
for i in range(0,n):
    y=(1+1/n)*y
print(y)
```

Constructions sous Géogébra :



<u>Activité 2</u> : Extensions

- Modifier le programme précédent pour obtenir une valeur de e avec une précision choisie.
- Modifier la technique précédente pour calculer une valeur approchée de e^x.

```
from math import *

#Valeur approchée de e
n=int(input("Nombre de pas?"))

y=1
for i in range(0,n):
    y=(1+1/n)*y

print(y)
```

```
#Recherche d'une variation
p=float(input("Avec quelle variation?"))

n=2
e=1.5
y=2.25

while y-e>p:
    e=y
    n=n+1
    y=1
    for i in range(0,n):
        y=(1+1/n)*y

print(e)
```

```
#Valeur approchée de e^x
x=float(input("Valeur de x?"))
n=int(input("Nombre de pas?"))

y=1
for i in range(0,n):
    y=(1+x/n)*y

print(y)
```