L’état de l’enseignement des mathématiques et les enjeux associés

Prendre en compte les difficultés des élèves pour améliorer les apprentissages mathématiques des élèves, exemples et pistes issus de la recherche

Denis Butlen, professeur des universités,

ESPE de Versailles, Université de Cergy-Pontoise, Laboratoire de Didactique André Revuz

PLAN

- I. Que savons nous sur les élèves en difficulté en mathématiques, un état des lieux de l'enseignement des mathématiques en éducation prioritaire
  - Les difficultés des élèves
  - Des pratiques enseignantes et des réponses institutionnelles
- II. Des pistes pour améliorer l'apprentissage des élèves

I. Un etat des lieux

Les difficultés des élèves

Les pratiques enseignantes en REP

I.1. Les difficultés des élèves

Un défi important aujourd’hui

Une exigence : connaître des notions mathématiques et si possible trouver du plaisir dans leur fréquentation

- Un défi pour les l’éducation prioritaire
  - Des différences qui s’accroissent
  - Un rapport à la discipline des élèves qui change (progressivement ?) de l’école élémentaire au collège
  - Une entrée à privilégier pour réconcilier l’élève avec l’école
- Pour cela prendre en compte (avec toute la prudence nécessaire) les résultats des recherches en didactique des mathématiques et plus largement dans le domaine de l’enseignement et de l’éducation
- Associer les différents partenaires de la formation dans cette formation

I.1.a. Les acquis des élèves en fin d'école primaire

Rapport de J. F. Chesné et J.P. Fischer à la conférence de consensus sur le nombre et calcul

III.a.1 : Quelques éléments d'analyse globale

L'éducation prioritaire

Quelques éléments d’analyse globale

- Les performances moyennes des élèves de l’éducation prioritaire comparativement aux autres sont systématiquement inferieures à celles de leurs pairs de l’éducation non prioritaire :
  - leurs scores moyens sur 100 sont inferieurs en moyenne de 8 (resp. 10) points a ceux de leurs pairs de CE2 (resp. 6^{e})
- Cedre 2011 : 40% des élèves ont des connaissances peut être trop fragiles pour suivre correctement en 6^{e}

Les grands nombres entiers

- Plus de 90% des élèves de 6^e savent écrire un nombre entier inférieur à 10 000 (Ed. Pr. ou non)
- Par contre , quand on dépasse 10 000, on note une baisse de
  - 20 points (hors Ed. Pr.)
  - 30 points (Ed. Pr.)
- En fait, entre ¼ et 1/3 des élèves ne savent pas écrire un grand nombre entier en 6^e

I.1.b. Des caractéristiques d’un élève en difficulté en mathématiques

Des résultats aux évaluations nationales et internationales

Profil qualitatif

Des difficultés des élèves aux réponses des professeurs de mathématiques

- **Comment se manifestent les difficultés des élèves ?**
  - *Difficulté à capitaliser le savoir*
  - *Manque de confiance dans les connaissances anciennes*
  - *Carence dans les représentations mentales et absence de projet implicite de réinvestissement*
  - *Absence d'identification de l'enjeu des situations d'enseignement*

Un exemple pour situer notre propos

Un exemple pour situer notre propos
32 x 25

Des procédures qui ne se valent pas

- Des procédures diverses que l'on peut hiérarchiser en terme d'efficacité
- Une mobilisation
  - qui dépend de la disponibilité des connaissances numériques des élèves
  - qui est le résultat d'un compromis entre la qualité des connaissances mobilisées et le coût en calcul et en mémoire
- Qui n'implique pas les mêmes apprentissages

La simulation du calcul posé

- A un moment ou à un autre du calcul, le sujet peut être amené à « poser un calcul dans sa tête »
- Calcul de la multiplication « posée dans la tête » (l'algorithme écrit)

$$\begin{array}{r} 32 \\ \underline{\times\ \ 25} \end{array}$$

Les procédures mobilisant des décompositions additives

- *Procédure canonique* : utilisant la distributivité « simple » de la multiplication sur l'addition
  - 32 x 25 = 32 x 20 + 32 x 5 = 640 + 160 = 800
  - 32 x 25 = 30 x 25 + 2 x 25 = 750 + 50 = 800
- Calcul utilisant la distributivité « complexe » de la multiplication sur l'addition
  - 32 x 25 = 30 x 20 + 30 x 5 + 2 x 20 + 2 x 5
  - 32 x 25 = 600 + 150 + 40 + 10 = 800

Les procédures mobilisant des décompositions multiplicatives

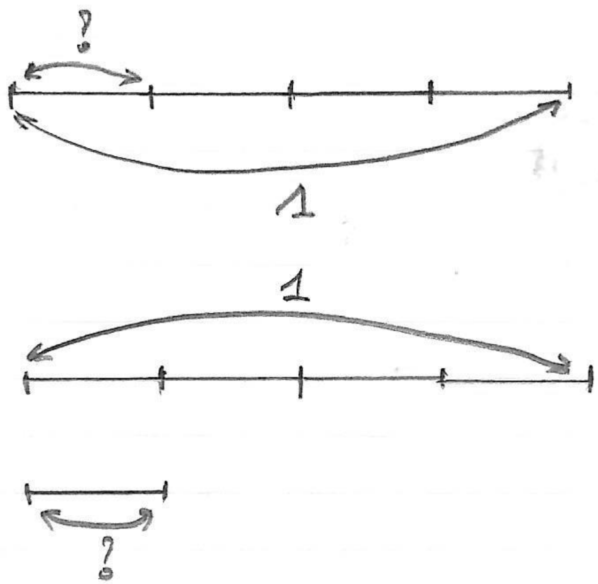
- Les procédures mobilisant des décompositions multiplicatives
  - 32 x 25 = 8 x 4 x 25 = 8 x 100 = 800
  - 32 x 25 = 32 x 100 : 4 = 3200 : 4 = 800
  - 32 x 25 = 32 x 100 x 1/ 4 = 3200 1/ 4 = 800
- Ou bien encore :
  - 32 x 25 = 32 x 50/2 =(32 x 5 x 10)/2 = 160x10/2 = 1600/2 = 800

Les enjeux du calcul mental

- Une hiérarchie de procédures basée sur des compromis entre qualité des connaissances mobilisées et coût en traitement du calcul (charge en mémoire et opérations mobilisées)
- Quel est l'enjeu cet activité ?
  - Effectuer le calcul
  - Mobiliser les connaissances nécessaires pour réduire le coût en calcul et mémoire, s'adapter au calcul (mettre à distance certains automatismes)
  - Appréhender (en quelques secondes) l'enjeu de la situation en terme d'apprentissage et pas seulement en terme d'action
  - Fréquenter les propriétés des nombres et des opérations, accroître le domaine des connaissances disponibles (connaissances et procédures élémentaires automatisées)

Des difficultés des élèves aux réponses des professeurs de mathématiques

Le rôle de l'action



$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$

$\frac{1}{4}$

Des difficultés des élèves aux réponses des professeurs de mathématiques

Difficultés à changer de point de vue

XXX XXX XXX XXX

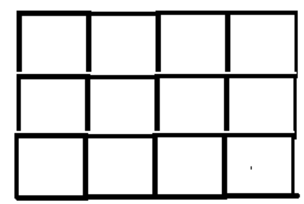
3 + 3 + 3 + 3

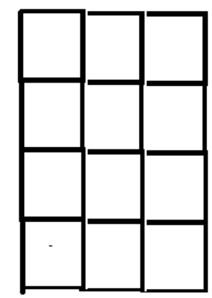
$3 \times 4 = 12$

XXXX XXXX XXXX

4 + 4 + 4

$4 \times 3 = 12$





$3 \times 4 = 4 \times 3 = 12$

Problème d'expression et de lecture

Les situations du quotidien, parfois considérées comme plus "motivantes«

Représentation de soi de l'élève

Des difficultés des élèves aux réponses des professeurs de mathématiques

Lassitude et manque d'investissement : exemple du produit cartésien de deux ensembles

Manque de méthodes

- la mémoire des problème

- le rôle ambigu de l'écrit

Difficulté de socialisation et recherche d'une relation privilégiée avec l'adulte

I.2. Des résultats de recherche sur les pratiques enseignantes en REP

Des contradictions, des pratiques majoritaires, des dimensions organisatrices des pratiques

- **Des contradictions**
- **Des pratiques majoritaires** et des **alternatives très minoritaires** qui nous ont conduit à élaborer dans un second temps un accompagnement de débutants
- **Des modes de réponses** à **trois grandes questions** de la profession qui **organisent** les pratiques des enseignants

Des contradictions

- **Des contradictions** qui marquent les pratiques des PE enseignant les mathématiques en ZEP
  - Entre logique des apprentissages disciplinaires et socialisation
  - Entre réussite immédiate et réussite à moyen terme
  - Entre collectif et individuel

Des pratiques majoritaires

- Qui se caractérisent par :
  - Des tâches **partielles** et **algorithmisées**, des temps de recherche très **courts**
  - Une **baisse des exigences** due à une anticipation sur les difficultés des élèves
  - Une **individualisation** très rapide et **non contrôlée** de l'enseignement comme de la gestion des comportements
  - Une **quasi absence** de phases de synthèse et d'institutionnalisation
  - Une mise en œuvre d'une **pédagogie différenciée** (système de fiches) et d'un **tutorat**

Des pratiques majoritaires

- Qui se **stabilisent** très vite
- Dont les enseignants sont **conscients** mais déclarent **ne pas pouvoir** faire autrement
- Des pratiques souvent basées sur des mises en œuvre d'une certaine **différenciation** et une volonté d'**individualiser** l'enseignement qui peuvent **renforcer** les difficultés des élèves

Des alternatives

- Des **pratiques majoritaires** et des **alternatives très minoritaires** qui nous ont conduit à élaborer dans un second temps un accompagnement de débutants

Trois grandes questions de la profession

- Installer la **paix scolaire**
- Exercer une **vigilance didactique**
- Gérer le couple de processus **dévolution/institutionnalisation**

Installer la paix scolaire

- La **paix scolaire** est
  - Un **couple** constitué de la **paix sociale** et de l'**adhésion** de élève au projet d'enseignement du professeur
  - Une **condition nécessaire** pour développer les apprentissages disciplinaires
- Nous avons repéré **plusieurs modes d'installation** qui peuvent **conditionner** les mathématiques proposées à la fréquentation des élèves :
  - Un mode basé sur la **qualité des mathématiques** enseignées
  - Un mode basé sur la **qualité de la communication** entre partenaires
  - Un mode basé sur une **complicité** entre professeur et élèves

Vigilance didactique (M. Pézard, 2010)

- « *la* ***vigilance didactique*** : une sorte **d'ajustement didactique permanent** de la part du professeur faisant appel aux composantes cognitive et médiative des pratiques et s'exerçant dans les trois niveaux global, local et micro ».
- Exercer une certaine vigilance didactique met en jeu **des connaissances mathématiques et didactiques** nécessaires pour enseigner.
- Les connaissances mathématiques ne sont pas seulement académiques, elles doivent être **finalisées pour l'enseignement**.

Vigilance didactique

- Les **connaissances didactiques** contribuent à une **bonne perception des enjeux** d'apprentissage des situations et de leur organisation. Elles peuvent être de plusieurs types.
  - des **résultats** ou **faits didactiques**, mis en évidence par la recherche et qui ne sont plus contestés,
  - des sortes de « **petits théorèmes de didactique** » par exemple les incidences de conceptions erronées des nombres décimaux sur la mise en ordre de tels nombres,
  - des **outils** permettant de **lire le réel**, issus de la didactique des mathématiques mais transformés en vue de l'action d'enseigner (**analyse** ***a priori***, **identification du savoir** et de son(es) **texte(s)**, **repérage et analyse** en actes des **productions** des élèves, **gestion des variables**, etc.)

Dévolution - Institutionnalisation

- Ce sont des **processus.**
- « La **dévolution** est l'acte par lequel l'enseignant fait **accepter à l'élève la responsabilité** d'une situation d'apprentissage (a-didactique) ou d'un problème et accepte lui-même les conséquences de ce transfert. »

  (G. Brousseau, 1986)
- L'institutionnalisation a pour but de donner aux connaissances éventuellement mobilisées par les élèves **un statut de savoir culturel et social**. Cela suppose :
  - Des décontextualisations
  - Des dépersonnalisations
  - Des généralisations
  - Des formalisations

Quelles réponses apporter ?

Une prise en compte dans les programmes de 2016

prise

Des pistes pour aider les élèves et améliorer les apprentissages ?

Des pistes pour mieux outiller les enseignants

III.2. : Questions à propos du calcul et de la construction des connaissances numériques

L'automatisation et l'adaptation

le paradoxe de l'automatisme

Les liens entre maîtrise de techniques opératoires et construction du sens des opérations et des nombres

Automatisation et adapation

Un exemple de calcul mental

Deux dynamiques possibles

- Deux dynamiques peuvent coexister dans une même classe quand on enseigne régulièrement le calcul mental
- Une dynamique positive : Des prérequis sur les nombres et les opérations —> des connaissances disponibles —> mobilisation de procédures adaptées —> exploration des nombres et des propriétés —> des connaissances plus riches, plus disponibles —> une plus grande adaptabilité
- Une dynamique négative : un manque de prérequis sur les nombres et les opérations —> des connaissances peu disponibles —> mobilisation de procédures sûres (automatisées) mais peu économiques —> peu ou pas d'exploration des nombres et des propriétés —> un déficit de connaissances disponibles —> une plus faible adaptabilité

Le paradoxe de l ’automatisme

- ***Ainsi*** une installation suffisante de
  - faits numériques mémorisés
  - de modules élémentaires de calcul

  permet aux élèves de mobiliser des procédures plus adaptées, plus économiques et d ’échapper à l ’automatisme
- ***Un enseignement paradoxal*** : pour échapper à une posture consistant à se réfugier dans des automatismes, il faut disposer d’automatismes (faits numériques mémorisés et disponibles et procédures élémentaires)
- ***Pour cela***, il est nécessaire :
  - de faire appel à la mémoire
  - d ’institutionnaliser à la fois la procédure et son domaine d ’efficacité

Réinvestissement et automatisation

- Le développement de l 'adaptabilité des élèves (manifesté lors des calculs) peut être réinvesti lors de la résolution de problèmes numériques
- Dans des problèmes dont l'énoncé est « standard »; les élèves reconnaissent mieux les opérations quand ces problèmes sont (à un niveau donné de la scolarité) :
  - un peu nouveaux mais pas trop,
  - un peu complexes mais pas trop
- Une pratique régulière de calcul mental accélère le processus d 'automatisation de la reconnaissance des opérations intervenant dans la résolution des problèmes

III. Des pistes pour améliorer l’apprentissage des élèves

Des pistes pour améliorer les apprentissages des élèves

Des pistes pour mieux outiller les enseignants

III.1. Des pistes pour améliorer les apprentissages des élèves

Intervenir sur les pré-requis

Ménager des cheminements spécifiques

Aider l’élève sans résoudre le problème à sa place

III.1.a. Intervenir sur les pré-requis

Traiter les erreurs des élèves, des moyens d'inférence et de contrôle adaptés

Un exemple d'intervention sur les pré-requis

Outils d'inférence et moyens de contrôle

Sous-groupes du primaire

Production d ’élèves de 3e

Production A

Gaston a deux chats.

Le plus vieux a 4 ans et le plus jeune a 10 mois.

Quelle est la différence d'âge, en mois, entre les deux chats de Gaston ?

Traces de ta démarche

$$\begin{array}{r} 10 \\ -\ 4 \\ \hline 06 \end{array}$$

vérification

$$\begin{array}{r} 4 \\ +\ 6 \\ \hline 10 \end{array}$$

Réponse : La différence d'âge entre les deux chats de Gaston est de 10 mois.

Production B

Gaston a deux chats.

Le plus vieux a 4 ans et le plus jeune a 10 mois.

Quelle est la différence d'âge, en mois, entre les deux chats de Gaston ?

Traces de ta démarche

12 mois = 1 année

$$\begin{array}{r} 40 \\ -\ 01 \\ \hline 03 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ +12 \\ +12 \\ +12 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ -10 \\ \hline 38 \end{array}$$

Réponse : La différence d'âge entre les deux chats de Gaston est de 03 mois. 38

Production C

Gaston a deux chats.

Le plus vieux a 4 ans et le plus jeune a 10 mois.

Quelle est la différence d'âge, en mois, entre les deux chats de Gaston ?

4 ans = 48 mois
10 mois = 10 mois

$$\begin{array}{r} 48 \text{ mois} \\ -\ 10 \text{ mois} \\ \hline 38 \end{array}$$

Traces de ta démarche

Gaston 2 chats

plus vieux 4 ans

plus jeune 10 mois

$$\begin{array}{r} 10 \text{ mois} \\ -\ 4 \text{ ans} \\ \hline 6 \text{ mois} \end{array}$$

Réponse : La différence d'âge entre les deux chats de Gaston est de 6 38 mois.

Un exemple d'intervention sur les pré-requis en clacul mental

Rendre davantage disponibles les connaissances des élèves

Construction du sens des opérations, connaissances sur les nombres et maîtrise des techniques opératoires : des développements imbriqués

- Une dynamique positive : Des pré-requis sur les nombres et les opérations des connaissances disponibles —> mobilisation de procédures adaptées —> exploration des nombres et des propriétés —> des connaissances plus riches,plus disponibles —> une plus grande adaptabilité →
- Une dynamique négative : un manque de pré-requis sur les nombres et les opérations —> des connaissances peu disponibles —> mobilisation de procédures sûres (automatisées) mais peu économiques —> peu ou pas d'exploration des nombres et des propriétés —> un déficit de connaissances disponibles —> une plus faible adaptabilité

Multiplication, division

- <u>Tester le produit</u>
  - 8 x 6 = ?   8 x ? = 48   ? x 8 = 48   ? x ? = 48

    8 x 5 + ? = 8 x 6   8 x 6 - ? = 8 x 5   8 x 3 + 8 x 3 = ?   etc

    8 x 3 x 2 = ?   4 x 2 x 3 x 2 = ?   2 x 2 x 2 x 3 x 2 = ?

    2 x 2 x 2 x 6
- <u>Recherches de multiples et diviseurs</u>
  - <u>*Multiples*</u> : 48 est-il multiple de 6 ?48 est-il multiple de 6 ? De quels nombres, 48 est-il multiple ?
  - <u>*Diviseurs*</u> : 6 est-il un diviseur de 48 ? 8 divise-t-il 48 ? Citer des diviseurs de 48

Multiplication, division

- Quotients entiers
  - 48 divisé par 6 ?   48 divisé par 8
  - Quel est le quotient de 48 par 6 ?
  - Quel est le quotient de 48 par 8 ?
  - 48 : 6 = ?   48 : 8 = ?
  - 48 : ? = 6 48 : ? = 8
  - Quel est le reste de 48 divisé par 6
  - Quel est le reste de 49 divisé par 6 ?

Multiplication, division

- Décompositions multiplicatives
  - *Écris sous la forme d'un produit* : 30 48 24 12
  - *Trouver des décompositions multiplicatives d'un nombre égal à une puissance de 2* : 32 64 128
- Jeu du télégramme
- Multiplications, divisions par 10^n, “ la règle des zéros ”
- Diviser un nombre par 10, 100 , 1000, 10^n
- Multiplier par 5, diviser par 5 ; multiplier, diviser par 50
- Multiplier et diviser par 25

Des activités préparatoires (addition, soustraction)

- Développer des automatismes pour échapper à l 'automatisme
  - trouver le complément d 'un nombre à 10 ou à la dizaine supérieure
  - ajouter 10 ou un nombre entier de dizaines
  - trouver le plus rapidement possible le résultat d 'addition en ligne : 27 + 15 + 4 + 3 +5
  - décomposer additivement un nombre en nombre entier de dizaines et nombre d 'unités
  - décomposer additivement un nombre pour se ramener à la dizaine inférieure, à la dizaine supérieure

III.1.c. Aider l’élève sans résoudre le problème à sa place

Complexifier ou simplifier le problème deux exemples : le jeu de l’autobus, trois nombres qui se suivent

Le recours à la manipulation : un exemple et un contre-exemple

Le jeu de l'autobus simple/compliqué et résolution mentale

Le problème de l 'autobus

- L 'énoncé :

  Dans un autobus, il y a n voyageurs, à un arrêt, a voyageurs montent et b descendent. Combien y-a-t-il de voyageurs dans l 'autobus quand il repart ?

- Les variables :
  - Les termes « montent » et « descendent » peuvent être permutés
  - a peut être supérieur à b
  - etc.

Une analyse a priori

- Deux procédures de résolution :
  - une procédure plus « primitive » :

    $n' = n + a$

    $n'' = n' - b$
  - une procédure plus « experte » :

    $n' = n + (a-b)$
- Des passages « à la dizaine » :

  $35 + 7 - 5 = 42 - 5 = 37$
- Un objectif : assurer la mobilisation des deux types de procédures selon les nombres en jeu

Un scénario possible

- Résolution mentale : quatre exercices par jour
- un premier domaine numérique :

  $20 < n < 40$; $a < 10$; $b < 10$; $|a-b| < 10$

  jouer sur les variables du problèmes (ordre de montée/descente ; passage à la dizaine)

  faire expliciter les procédures

  assurer une réussite d 'au moins 80% des élèves
- un deuxième domaine numérique :

  $30 < n < 50$; $10 < a < 20$; $10 < b < 20$ et $|a-b| < 10$

  faire expliciter les procédures

  introduire un codage de la composition

  des transformations du type :

$$\begin{tikzcd} \mathbf{35} \arrow[r, "\mathbf{+15}"] \arrow[rr, bend left, "\mathbf{-4}"] & {} \arrow[r, "\mathbf{-19}"] & \mathbf{31} \end{tikzcd}$$

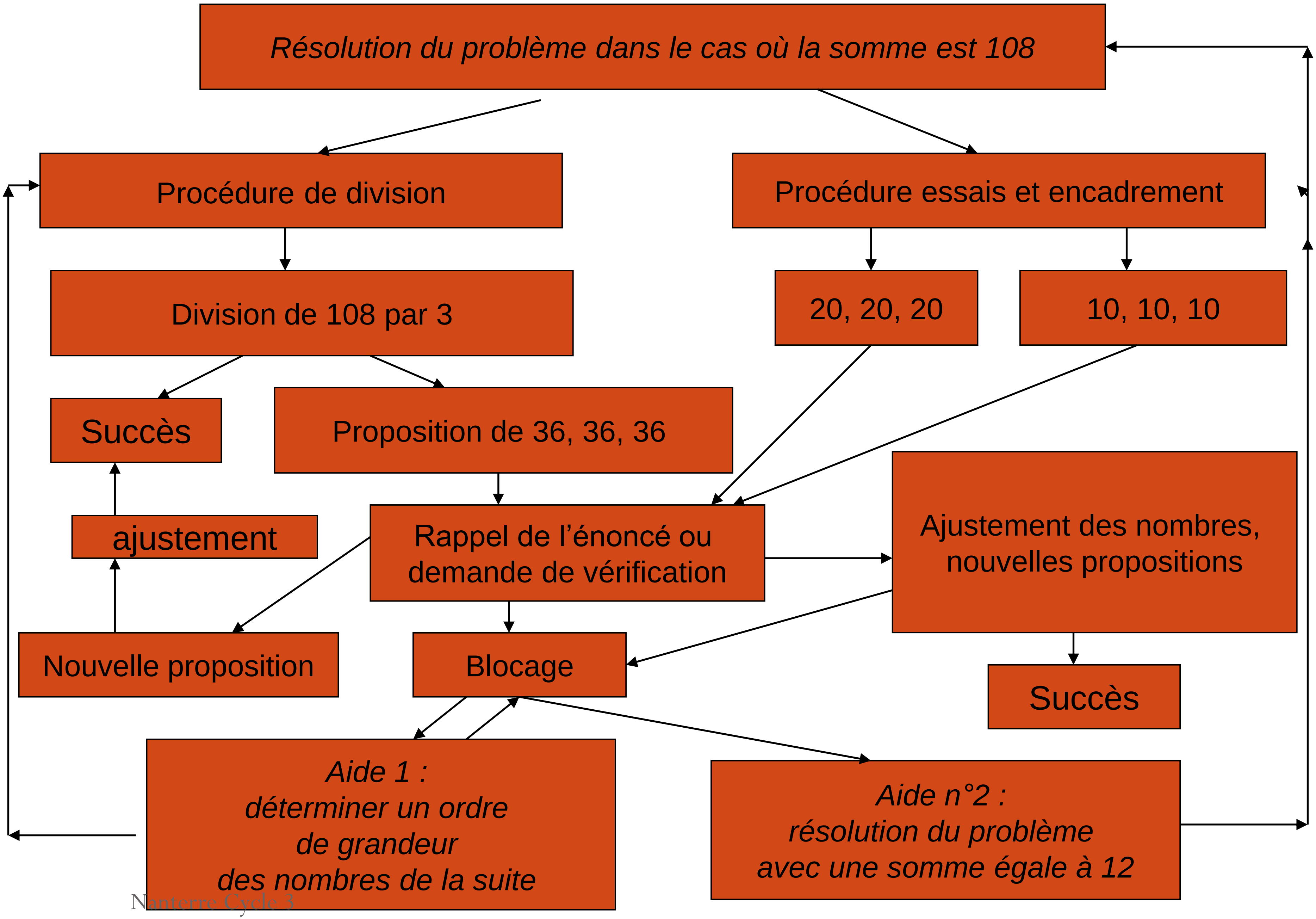
- Un résultat : fin CE2, le recours au calcul mental assure la mobilisation des deux types de procédures
- Apprendre à lire un énoncé de problème (standard) par un détour par une résolution mentale

Trois nombres qui se suivent

Complexe/simple/complexe, une dialectique initialisée par le complexe

Simplifications judicieuses du problème

- Procédure experte de mise en équation non accessible à l'école primaire
  - $(n-1)+n+(n+1)=108$
  - $3n=108$; $n=108/3=36$
  - Solution : 35, 36, 37
- 3 types d'élèves : les « secs », les « diviseurs » et ceux qui font des essais
  - Les « diviseurs » divisent par 3, trouvent 36, peuvent proposer 36, 36, 36 en oubliant l'énoncé ou bien 36, 37, 38. Ils réajustent ensuite en faisant la somme
  - Ils peuvent aussi diviser par 2 ; ils trouvent alors 54 et proposent 54, 55, 56. Ils ne savent plus alors comment continuer. Certains font des essais, d'autres divisent encore par 2 pour trouver 27. Ils calculent 27+28+29 et arrivent alors à la solution par essais successifs.
  - Ceux qui font des essais partent de 20, 21, 22 ou de 30, 31, 32 et se rapprochent progressivement de la solution.
  - Mais ceux qui partent de 11, 12, 13 n'y arrivent pas. C'est trop long. On peut alors proposer une simplification des nombres : Trouver 3 nombres consécutifs dont la somme est 12
- Il faut ensuite reposer le problème avec 108.
- La progression à suivre est donc du type : compliqué (exploration de procédures- blocage) – simplification (ici des valeurs numériques)- compliqué
- Ce schéma peut servir à la résolution de problèmes complexes.


Résolution du problème dans le cas où la somme est 108
Procédure de division
Procédure essais et encadrement
Division de 108 par 3
20, 20, 20
10, 10, 10
Succès
Proposition de 36, 36, 36
Rappel de l'énoncé ou demande de vérification
Ajustement des nombres, nouvelles propositions
ajustement
Nouvelle proposition
Blocage
Succès
Aide 1 : déterminer un ordre de grandeur des nombres de la suite
Aide n°2 : résolution du problème avec une somme égale à 12
Nanterre Cycle 3

Un autre exemple : Recours à la diversité des procédures et des points de vue

Ex du problème des fruits

8 oranges (dessinées) valent 4€, 7 poires (dessinées) valent 4 €, 3 citrons (dessinés) valent 2€

Quel est le fruit le plus cher ? Quel est le fruit le moins cher ?

- Ce problème est trivial si on y voit un problème de proportionnalité : pour 4 €, on a 8 oranges, 7 poires et 6 citrons. Le fruit le plus cher est donc le citron, puis les poires, puis les oranges.
- Mais la quasi-totalité des élèves ne voit pas un problème de proportionnalité. Ils divisent 8 par 4, 7 par 4 et 3 par 2.
- Certains élèves posent la division de 4 par 8, mais ils restent bloqués.
- On peut alors leur poser la question : « quel est le nombre qui multiplié par 8 donne 4 ? » de même « quel est le nombre qui multiplié par 7 donne 4 ? »
- Ou bien « As-tu une idée de ce qu'on peut acheter avec la même somme ? Par ex avec 4€ ou avec 2€ »

Le recours à la manipulation

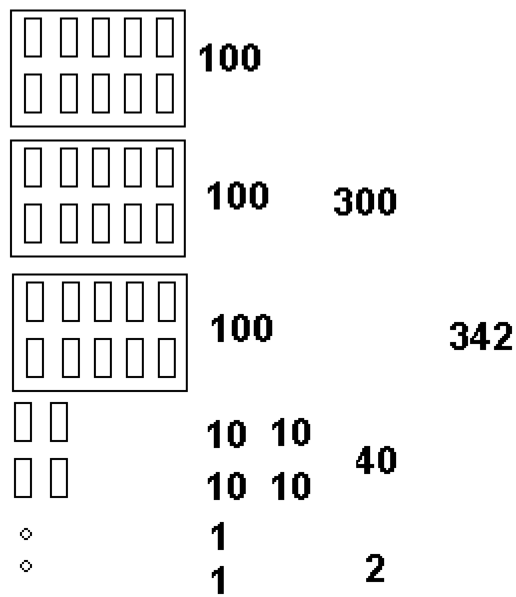
Un contre-exemple

« Descendre » juste au bon niveau

c. Recours à la manipulation ou à des représentations (1)

- Les différents niveaux du plus primitif à l'expert :
  - les manipulations
  - les dessins figuratifs
  - les schémas (ex du jeu de l'autobus avec flèches pour représenter les 2 transformations et leurs composées)
  - les représentations conventionnelles (tableau de numération)
  - les écritures formelles
- « Plus on descend dans les niveaux, plus c'est dur de remonter »

- Ex du problème des craies :
  Commande de 354 craies en étuis de 10 et en boîtes de 10 étuis : combien de boîtes et d'étuis faut-il commander ?
  - CE1 ou élèves faibles CE2 : objets
  - CE2 normal : dessins figuratifs (dessin des boîtes de craies comportant les étuis) ou schémas
  - CM1 CM2 : nombres, schémas et on « descend » si nécessaire



III.1.b. Ménager des cheminements cognitifs spécifiques

Le recours à une certaine généricité

Des écrits intermédiaires

- un exemple sur les entiers :

“ 15x100 = 15000 ”; la règle est limitée aux entiers et au domaine de calcul usuel (multiplication par 10^n avec n < 3)

- Des exemples partiels sur les décimaux, pouvant être accompagnés de quelques éléments de règle :

“ 1,50x100 = 150 quand on multiplie par 100, on repousse la virgule de 2 rangs

$1{,}5 \times 10^4 = 15000$ ”

- Des énoncés illustrés par un exemple générique :

“ Dans notre tête, mentalement, nous nous sommes dit que l'exposant indiquait de combien de rangs vers la droite, on déplaçait la virgule. Là comme le multiplicateur était 10^4, on l'a déplacée de 4 rangs vers la droite et on a complété par deux zéros car il manque deux nombres à la partie décimale. Exemple $1{,}5 \times 10^4 = 15000$.

- ”ou encore la formulation d’une règle plus décontextualisée :

“ Pour multiplier un nombre par des puissances de 10 : on met autant de zéros à droite du nombre que l'indique l'exposant. ”

Des outils heuristiques transitoires

Une démarche pré-algébrique

Une gradation du CM2 à la 5e

- une gradation dans les apports du calcul mental à la résolution de problèmes.
- Au CM2 : une plus grande aisance et une plus grande rapidité de traitement des opérations lors de la résolution de problèmes numériques.
- En 6e, l'apport est plus riche :
  - prévoir et contrôler leurs résultats
    - *« Pour moi, c'est important de trouver l'ordre de grandeur des opérations car après on peut comparer à son résultat et il faut trouver un résultat très proche de l'ordre de grandeur »*
    - Le statut des données changent, les élèves s 'autorise à les changer, à les simplifier
- Cet apport est encore plus riche en 5e , l'élève peut :
  - remplacer les données numériques soit par des nombres plus simples (arrondis ou plus petits) soit par des lettres pour trouver plus facilement le raisonnement à effectuer
    - " *Si dans des problèmes on a des chiffres difficiles, on peut les remplacer par des lettres ou par des nombres plus simples* "
    - ou bien :
    - " *Quand il y a des nombres compliqués, on les simplifie ; après les avoir simplifiés, on cherche une méthode et lorsque l'on trouve on l'applique aux nombres compliqués.* "

III.2. Des pistes pour mieux outiller les enseignants

Gestes et routines

Des pistes

- **Côté enseignant**
  - Intervenir en formation initiale et continue sur les grandes questions de la profession
    - L'exemple de la paix scolaire (ne pas compartimenter les interventions)
    - Vigilance didactique : intégrer différents types de connaissances sur l'enseignement et les élèves pour les rendre opérationnels
    - Dévolution/ institutionnalisation : prendre en compte les changements de postures

Des moyens et des outils

- Intervenir sur les pratiques à différents niveaux et de manière cohérente (approche pluricatégorielle)
  - Au niveau des grands choix didactiques et pédagogiques (programmations exemplifiées)
  - Aux niveaux des routines : proposer des alternatives acceptables par les enseignants
- Des alternatives : exemples de routines efficaces
  - Gérer les comportements (paix scolaire)
  - gérer les synthèses

Privé → Public → Collectif → Privé

*Observation des élèves
*Choix des élèves interrogés
→ Interrogation des élèves
→ *Etayage des formulations par le professeur
*Organisation des interventions des élèves
*Institutionnalisation
→ Proposition de réinvestissements

Recherche des élèves → Formulation des procédures → écoute → Appropriations individuelles