

Défis mathématiques pour les maîtres. Quelques éléments de réponses mais aussi quelques pistes ...pour aller plus loin !

Défi n°1 :

Ici la colonne « des dizaines » fournit un renseignement : il y a « 1 » comme retenue et donc $b < 4$.

Si $b=0$, alors $a = 6$ et la colonne des milliers redonne bien ces mêmes valeurs.

Si $b=1$, alors $a = 7$ et la colonne des milliers redonne bien ces mêmes valeurs.

Si $b=2$, alors $a = 8$ et la colonne des milliers redonne bien ces mêmes valeurs.

Si $b=3$, alors $a = 9$ et la colonne des milliers redonne bien ces mêmes valeurs.

Les opérations « incomplètes » sont de bons supports de défis numériques pour la classe qui articulent raisonnement, algorithmes de calculs et résultats numériques mémorisés.

En voici un autre exemple :

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 \square & \square & \square & \square \\
 \square & \square & \square & \square \\
 \times & & \square & \square \\
 \hline
 \square & \square & \square & \square & \square \\
 \square & \square & \square & \square & \square \\
 \hline
 8 & \square & 9 & \square & \square
 \end{array}
 \end{array}$$

Il s'agit de remplir les cases vides en utilisant les nombres 1,2,3,4,5,6 et 7 ...les cases d'une même couleur correspondent à un même nombre. Voici la réponse : $5436 \times 16 = 86976$.

Un autre exemple: Une addition de quatre nombres de trois chiffres ayant même chiffre des dizaines qu'il faut retrouver :

$$\begin{array}{r}
 8 \times 7 \\
 + 7 \times 6 \\
 + 9 \times 3 \\
 + 8 \times 4 \\
 \hline
 = 3420
 \end{array}$$

De tels défis numériques sont faciles à fabriquer soi-même et permettent de proposer aux élèves des exercices variés plus motivants que les opérations à poser et à effectuer.

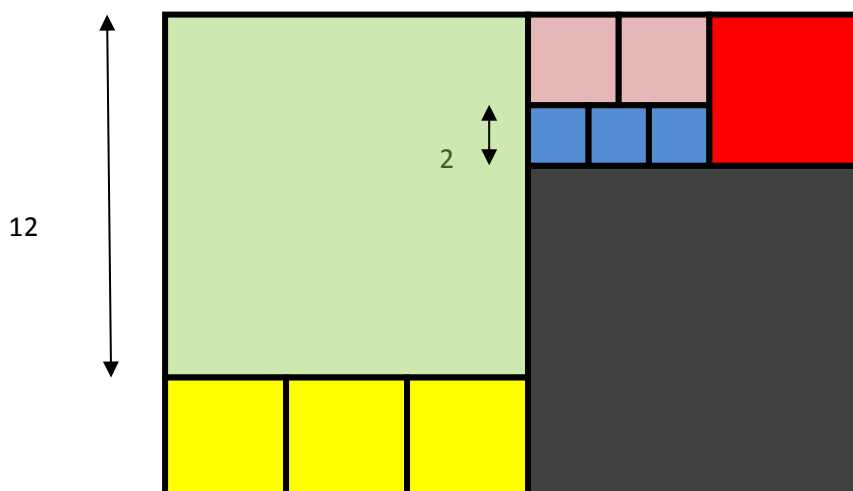
On trouvera des propositions d'exercices de ce type dans l'ouvrage : « Jeux de calcul ». François Boule. Armand Colin.

Défi n°2 : Voici la solution :



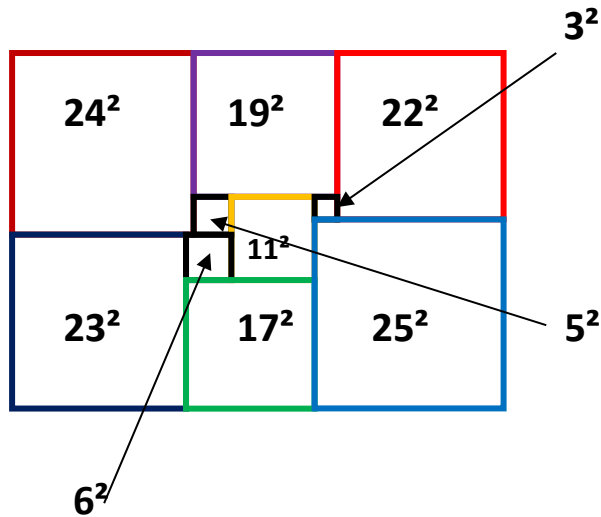
Les pavages de rectangles (dont les dimensions sont des nombres entiers) à l'aide carrés de même aire (dont le côté est aussi un nombre entier) sont sources de jolis problèmes de recherche pour le cycle 3 sur les diviseurs d'un nombre. Par exemple : trouver tous les pavages (carrés de même aire) qui permettent de recouvrir un rectangle de 24cm sur 18 cm, un rectangle de 26cm sur 13cm ou encore de 23cm sur 7 cm...

Mais les recouvrements de rectangles à l'aide de carrés d'aires différentes sont tout aussi intéressants à exploiter, en voici un exemple :



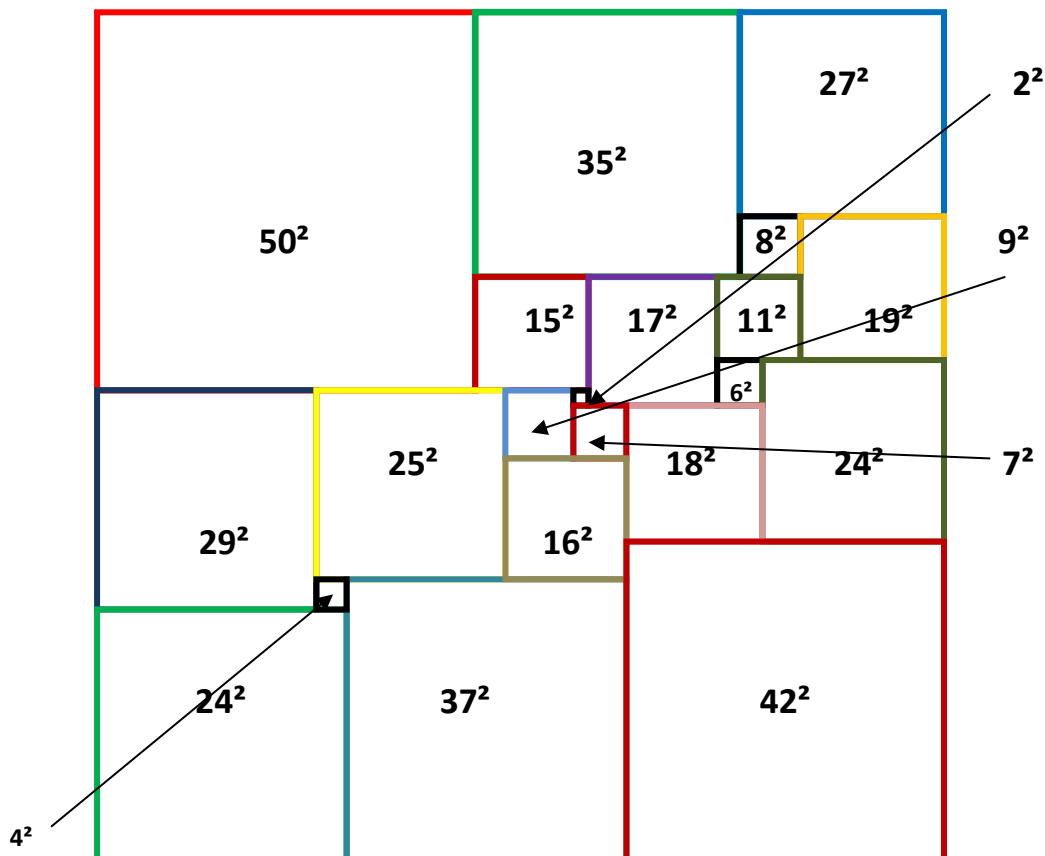
Il faut trouver les dimensions du « grand rectangle ».

D'autres recouvrements donnent lieu à des résultats numériques inattendus : Comme le rectangle de MORON (1925)



$$47 \times 65 = 24^2 + 19^2 + 22^2 + 5^2 + 6^2 + 11^2 + 3^2 + 23^2 + 17^2 + 25^2$$

Ou encore le Carré de Dvijestijn (1978)



$$112^2 = 50^2 + 35^2 + 27^2 + 15^2 + 17^2 + 8^2 + 11^2 + 19^2 + 29^2 + 25^2 + 9^2 + 2^2 + 7^2 + 6^2 + 16^2 + 18^2 + 24^2 + 33^2 + 37^2 + 42^2$$

Défi n°3 :

Si on désigne par n le nombre de passagers du bus avant l'arrêt le nombre de femmes est $\frac{40}{100} \times n$ puis $\frac{40}{100} \times n - 2$ après l'arrêt. Mais cela représente alors $\frac{30}{100} \times n$ puisqu'il n'y a plus que 30% de femmes. La résolution de l'équation $\frac{40}{100} \times n - 2 = \frac{30}{100} \times n$ donne une solution : $n=20$!

Les autobus qui s'arrêtent et qui repartent sont des prétextes à des problèmes de logique. En voici un exemple : Un bus voyage avec 52 passagers. Quand il arrive à un 1er arrêt, des passagers descendent, et 4 montent. A l'arrêt suivant, $\frac{1}{3}$ des passagers descendent et 3 montent. Il y a maintenant 25 passagers. Combien de passagers sont descendus au premier arrêt ?

Défi n°4:

Ecrire le chiffre 3 à gauche d'un nombre de deux chiffres c'est lui ajouter 300. En désignant par n le nombre au départ on a $300+n$ puis lorsqu'on le multiplie par 2 : $2(300+n)$ on obtient $27n$, ce qui se traduit par l'équation : $2(300+n) = 27n$ qui admet pour solution 24.

Autour du thème « nombres et numération » beaucoup de problèmes de recherche peuvent être proposés :

Par exemple, pour le cycle 3 :

Quels sont tous les nombres de quatre chiffres pouvant s'écrire avec les trois chiffres suivants : 2, 0 et 7 ?

Combien y a-t-il de nombres entiers s'écrivant à l'aide de quatre chiffres et dont la somme des chiffres est égale à 30 ?

En utilisant seulement les chiffres 4 et 5 quels sont tous les nombres de quatre chiffres que l'on peut écrire ?

Si on écrit tous les nombres de 1 jusqu'à 9 999, combien de fois va-t-on écrire le chiffre 7 ?

Par exemple, pour le cycle 2 :

Zoé a écrit les nombres de 1 à 79 sur les cases d'une bande. Son petit frère a trouvé très amusant d'effacer tous les chiffres « 7 ». Sur la bande de 1 à 79, combien y a-t-il de cases où les « 7 » ont été effacés ?

J'ai ouvert un livre et je remarque que si j'additionne les numéros des deux pages ouvertes je trouve 105. A quelles pages ai-je ouvert le livre ?