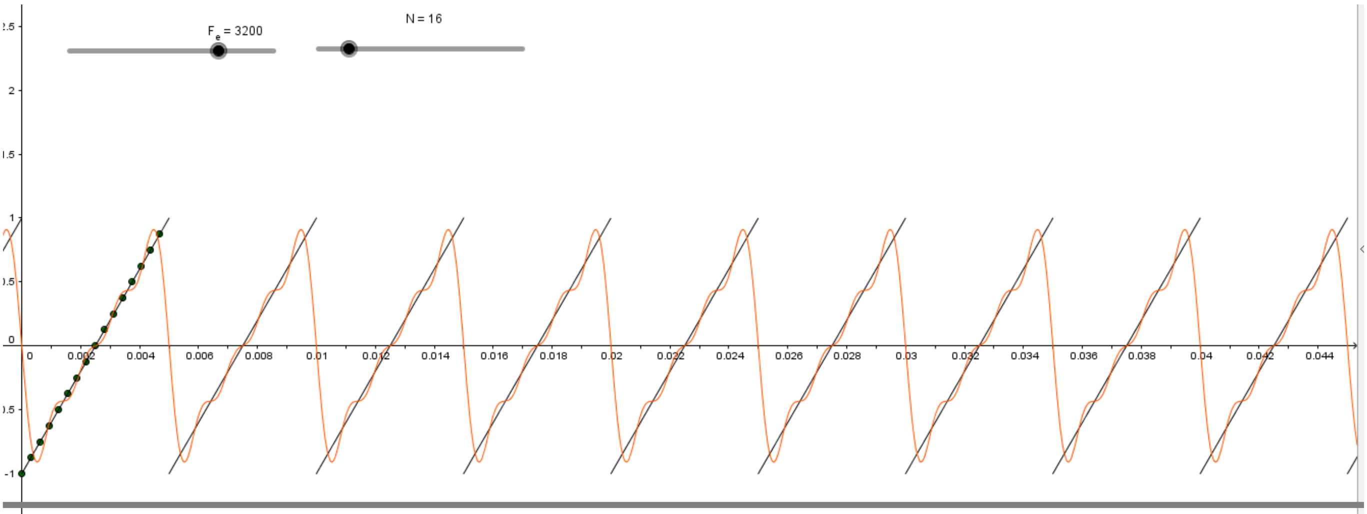
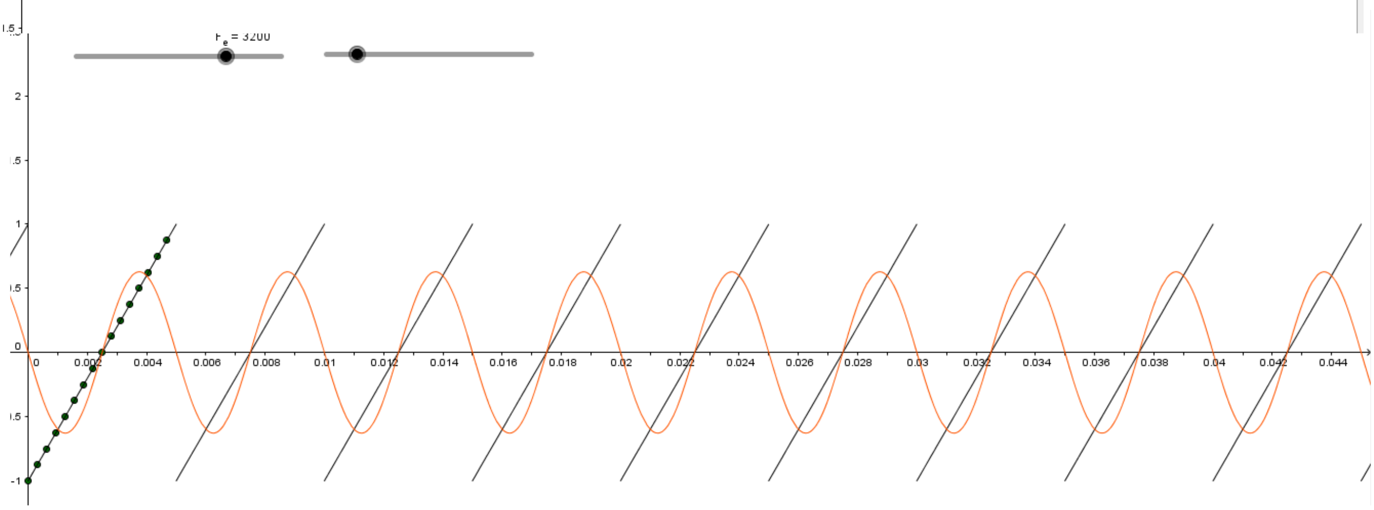
BTS SN – Extraire le fondamental d'un signal périodique





1 Thème abordé

1.1 Problématique, situation d'accroche

Extraire le fondamental d'un signal périodique.

Lien avec les coefficients d'une série de Fourier.

1.2 Frontières de l'étude et prolongements possibles

En prolongement, on pourra rajouter quelques harmoniques et calculer un taux de distorsion harmonique avec la formule de Bessel .

2 Objectifs pédagogiques

2.1 Disciplines impliquées

Mathématiques et physique .

2.2 Prérequis

Mathématiques:le chapitre sur la modélisation du signal,échantillonnage .

Physique : condition de Shannon , composante continue , fondamental et harmoniques .

2.3 Capacités et compétences

Lire une décomposition spectrale.

Réversibilité de la TFD.

Savoir déterminer un échantillon. Ils doivent utiliser la formule définissant la TFD et manipuler des calculs avec des nombres complexes de module 1. Les étudiants montrent leur capacité à changer de registre et à prendre des initiatives. L'habilité calculatoire est mise en jeu.

3 Outils

Logiciel de calcul formel, web.

Fichier Xcas joint.

4 Contenu de la fiche

On note s le signal périodique de période T = 0.005 seconde, défini sur IR, tel que s(t) = 400t – 1 sur l'intervalle [0;0,005].

1) Construire la courbe représentative du signal s pour $t \in [-0.01, 0.02]$.

Quelle est la parité du signal s? Quelle est sa fréquence?

2) Dans un fichier Xcas, on a calculé la TFD du signal s échantillonné à une fréquence de

Fe = 3200Hz pour N=16 points.

La condition de Shannon est-elle respectée?

Quelle est la période d'échantillonnage? Combien de temps dure cet échantillonnage?

Pour quelles fréquences a-t-on une amplitude maximale?

3) On note $X_0, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ et X_7 les huit premiers termes de la séquence obtenue par TFD.

```
3 y1:=fft(a)
[-1.0, -1.0+5.02733949213*i, -1.0+2.41421356237*i, -1.0+1.49660576267*i, -1.0+i, -1.0+0.668178637919*i, -1.0+0.414213562373*i, -1.0+0.19891236738*i,
```

Compléter le tableau suivant pour i allant de 1 à 7:

X_i							
$\frac{-2\mathrm{Im}(X_i)}{N}$							

4)On note f1,f2,f3,f4 et f5 les fonctions définies sur IR respectivement par:

$-0.6284 \sin(2\pi 200 x)$

$-0.6284 \sin(2\pi 200 x) - 0.3018 \sin(2\pi 400 x)$

$-0.6284 \sin(2\pi 200 x) - 0.3018 \sin(2\pi 400 x) - 0.1871 \sin(2\pi 600 x)$

$-0.6284 \sin(2\pi 200 x) - 0.3018 \sin(2\pi 400 x) - 0.1871 \sin(2\pi 600 x) - 0.125 \sin(2\pi 800 x)$

$-0.6284 \sin(2\pi 200 x) - 0.3018 \sin(2\pi 400 x) - 0.1871 \sin(2\pi 600 x) - 0.125 \sin(2\pi 800 x) - 0.0835 \sin(2\pi 1000 x)$

Calculer la fréquence de chacune de ces fonctions.

Construire leurs courbes représentatives à l'aide d'un logiciel. Que remarque -t-on?

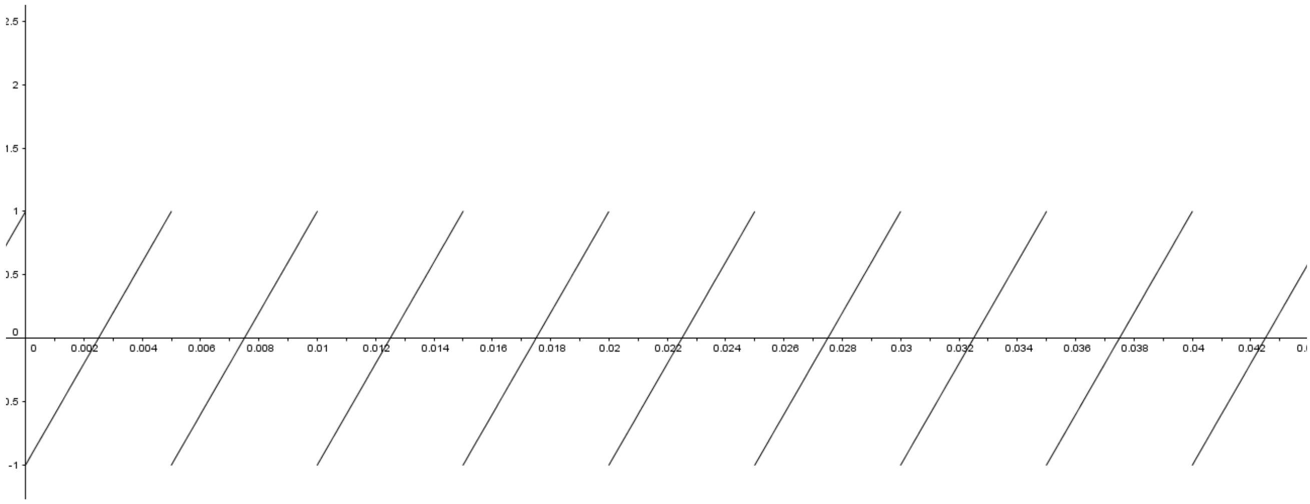
Prolongements:

_ Améliorer la précision avec Fe = 44100Hz

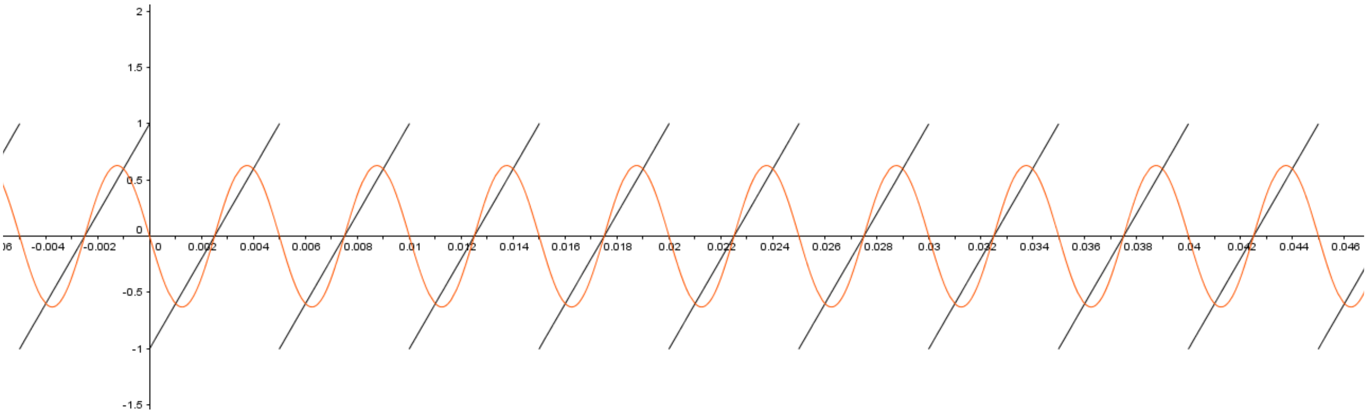
_Améliorer le signal avec l'ajout d'harmoniques.

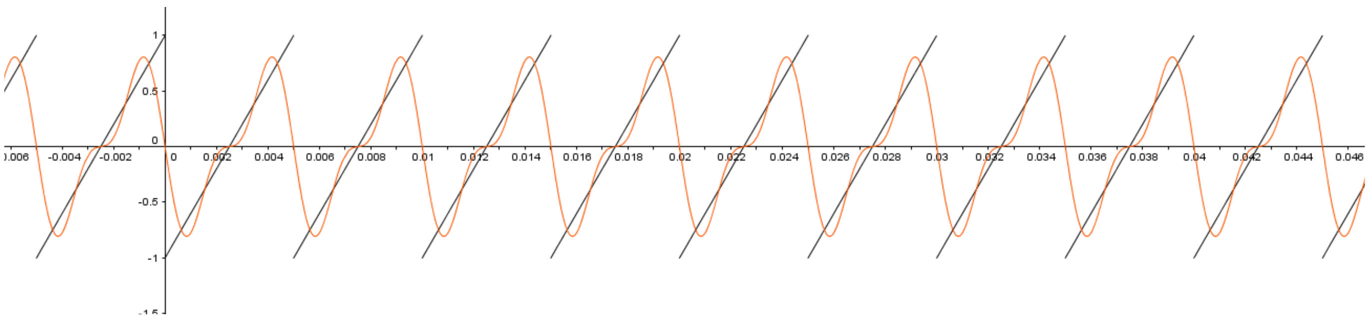
Elements de réponse

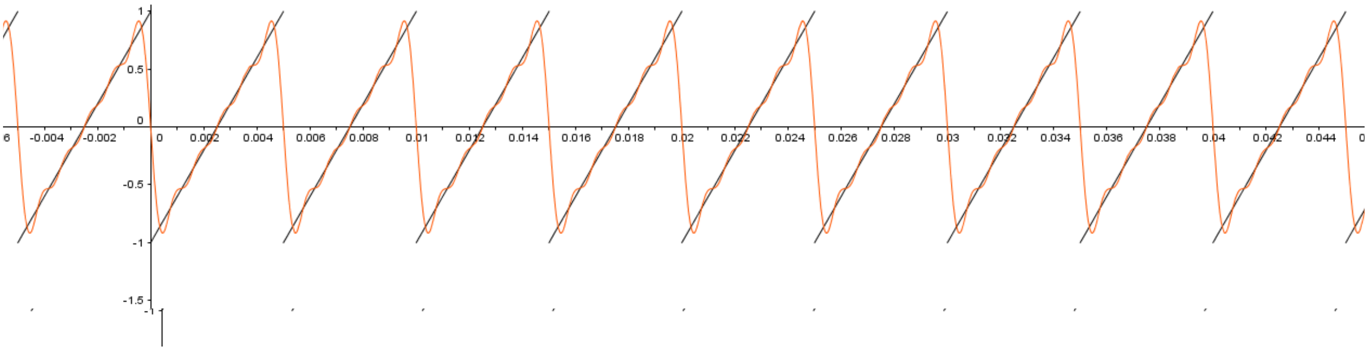
s est un signal impair de période T = 0.005 , F = 200Hz

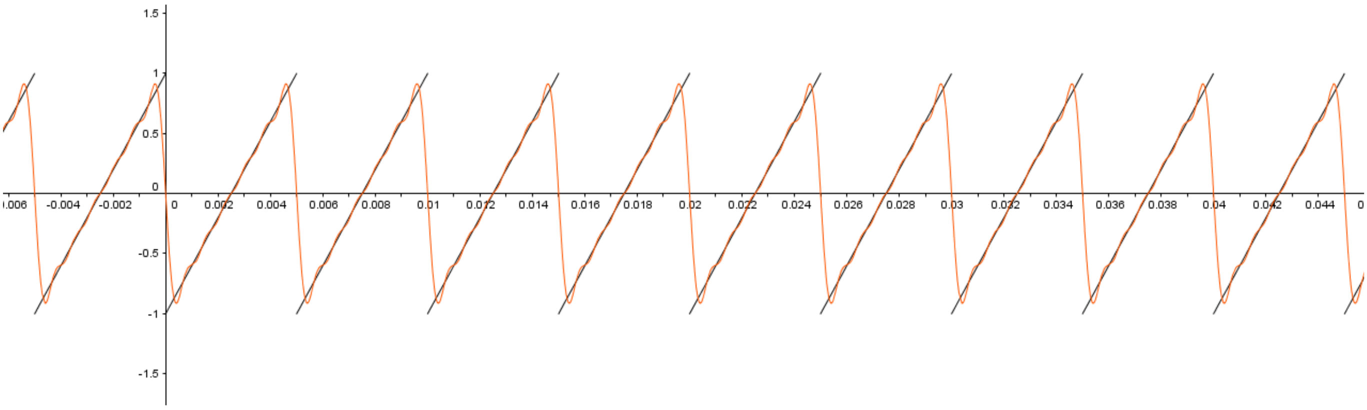


Pour obtenir les coefficients de Fourier b_n , il suffit de calculer $(ic_n - ic_{-n})/N$ (voir la fiche 12) c'est-à-dire $-2\frac{(Im(c_n))}{N}$.









Références

Base du traitement des images , transformée de Fourier discrète(Nicolas Thome)

En téléchargement libre sur internet .