



ACADÉMIE
DE NANTES

Liberté
Égalité
Fraternité



Arnaud Boulay – Collège Suzanne Bouteloup – Mayet
(72)

Expérimentation pédagogique sur le thème :

Différencier en mathématiques

Un exercice de DNB sans les questions...

TraAM 2025-2026

Expérimentation testée en 3^{ème}

Par Arnaud Boulay au collège Suzanne Bouteloup de Mayet.

Résumé de la ressource : En quoi le fait d'enlever les questions d'un exercice est un levier de différenciation et de progrès pour les élèves ?

Constat de départ : les enjeux de la démonstration au cycle 4

En géométrie, la mobilisation des théorèmes reste un défi majeur pour de nombreux élèves. On observe fréquemment quatre types de difficultés :

- **L'analyse de l'énoncé** : une prise en compte partielle des données et une difficulté à réinvestir les résultats intermédiaires.
- **La stratégie de résolution** : un choix de théorème inadapté ou un non-respect de l'ordre logique des questions.
- **La rigueur argumentative** : l'omission des conditions d'application (hypothèses) nécessaires à l'utilisation d'un outil géométrique.
- **La formalisation** : un manque de clarté dans le passage du raisonnement à la rédaction.

Ce constat prend une dimension cruciale avec la nouvelle mouture du DNB, qui valorise désormais explicitement la qualité de la rédaction et la précision du raisonnement (barème de 2 points dédiés).

Introduction : À la suite d'une conférence d'Arnaud Durand sur les travaux à prise d'initiative et le travail sur la « questiologie » mené dans le groupe des TraAM, j'ai voulu expérimenter cela en enlevant les questions d'un exercice issu d'un sujet de DNB. J'ai choisi un exercice où les élèves pouvaient identifier assez facilement les outils mathématiques qui pouvaient être mobilisés mais dans le même temps, l'ordre de résolution des questions avait son importance pour mettre en évidence l'importance des hypothèses.

Énoncé distribué aux élèves :

Voici la figure d'un exercice donné au DNB.

1. Trouver toutes les questions que l'on pourrait poser.
2. Rédiger les réponses aux questions trouvées.
3. L'ordre des questions est-il important ? Si oui, expliquez pourquoi.

DNB Mai 2023 Amérique du Nord

Cette figure n'est pas à l'échelle.

On considère la figure ci-contre. On donne les mesures suivantes :

- $AN = 13$ cm
- $LN = 5$ cm
- $AL = 12$ cm
- $ON = 3$ cm
- O appartient au segment [LN]
- H appartient au segment [NA]

The diagram shows a right-angled triangle ALN. The right angle is at vertex L. Vertex A is vertically above L, and vertex N is horizontally to the right of L. A point O is located on the segment LN, and a point H is located on the segment AN. A vertical segment HO is drawn from H to O, perpendicular to LN, as indicated by a small square at O.

Mise en œuvre : Sur une séance de 55min.

Le plus difficile dans un exercice est souvent le début.

« Que puis-je faire ? » « Que puis-je utiliser ? » sont souvent les questions que se posent les élèves. Le premier objectif est donc de développer la compétence CHERCHER.

C'est pourquoi, pendant 10 min, les élèves devaient commencer la recherche seuls. Passé ce temps, en binôme, les élèves devaient comparer leurs idées puis se mettre d'accord sur les questions à poser puis rédiger les réponses à leurs questions sur une affiche format A3.

À la fin de la séance, si les élèves n'avaient pas terminé, ils pouvaient me rendre leur travail au début de la séance suivante.

Observations durant la séance

J'ai insisté sur le fait que les élèves pouvaient choisir des questions simples et qu'ils pouvaient aussi choisir des questions auxquelles ils n'étaient pas sûrs de pouvoir répondre.

Je pense que cela a été un levier important pour que tous les élèves soient actifs et cherchent des questions.

Ensuite, la phase d'échange par deux a permis de relancer le travail, confronter les idées, enfin l'affiche était motivante pour beaucoup d'élèves.

Je pense que les élèves ont été plus actifs et acteurs de leur travail.

Quelques productions d'élèves

Exemples de questions

<p>1) Prouver que \widehat{ALN} est rectangle. 12) Quel est le coefficient d'agrandissement</p> <p>2) Prouver que $AL \parallel OH$</p> <p>3) Trouver la longueur du segment $[OH]$</p> <p>4) Trouver la longueur du segment $[HN]$</p> <p>5) Trouver l'angle \widehat{ANL}</p> <p>6) Combien fait le périmètre et l'aire \widehat{HON}.</p> <p>7) Trouver l'hypoténuse, l'adjacent et l'opposé du triangle ALN.</p> <p>8) Quel est l'agrandissement de HO.</p> <p>9) Trouver la longueur LO.</p> <p>10) Prouver que la pente AN fait... degrés.</p> <p>11) Combien fait le périmètre et l'aire du \widehat{ALN}.</p>	<h2 style="text-align: center;">QUESTIONS</h2> <p>1) Quel est la longueur de HO ?</p> <p>2) Quel est la mesure de l'angle \widehat{LNA} ?</p> <p>3) Trouver la longueur de HN ?</p> <p>4) Trouver l'aire du triangle ANL.</p> <p>5) Trouver l'aire du triangle CHN.</p>
---	--

Les élèves ont globalement tous cherché les longueurs manquantes, souvent un des angles et aussi assez souvent l'aire d'un triangle.

Par contre, peu de groupes ont pensé à vérifier si le triangle ALN était bien rectangle, mais ils utilisaient quand même le théorème de Thalès...

Je me suis servi de ce point précis pour mettre en évidence l'importance de la rédaction. En effet, on peut classer les élèves en quatre groupes :

a) Les élèves qui utilisent le théorème de Thalès sans vérifier les hypothèses :

<p>Q1: Quel théorème est utilisé dans ce cas?</p> <p>Dans ce cas le théorème utilisé est le théorème de Thalès car on retrouve l'agrandissement du triangle rectangle.</p>	<p>Question 4:</p> <p>1) Trouver la longueur HN ?</p> <p>Réponse:</p> <p>D'après le Théorème de Thalès</p> <p>$HO/N = AL/LN$</p> <p>$HN = AN$</p> <p>$HN = 7,8 \text{ cm}$</p>						
<p>Q2: Trouver la valeur du segment $[OH]$?</p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr> <td>HNO</td> <td>7,8</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>ANL</td> <td>13</td> <td>5</td> </tr> </table> <p>$\frac{AN}{HN} = \frac{LN}{ON} = \frac{AL}{HO}$</p> <p>Produit en croix</p>	HNO	7,8	3	ANL	13	5	<p>Q4. Trouver les valeurs de</p> <p>$ON = 3 \text{ cm}$</p> <p>$LN = 5 \text{ cm}$ $LN - ON = LO$</p> <p>$AN = 5$</p>
HNO	7,8	3					
ANL	13	5					

b) Les élèves qui utilisent de mauvaises hypothèses :

- 1) Trouver la longueur [HN] :
- Le triangle est rectangle, les points sont alignés alors on peut utiliser le théorème de Thalès.
 - $3 \times 13 \div 5 = 7,8 \text{ cm}$. (grâce au tableau de proportionnalité)

c) Les élèves qui utilisent le théorème de Thalès en écrivant les hypothèses alors qu'elles ne sont pas données...

Combien mesure le segment HO ?
 ! Les segments HO et LN sont perpendiculaires à une même droite donc ils sont parallèles ?
 Les points A, H, N et L, O, N sont alignés et les segments HO et LN sont parallèles donc on utilise le théorème de Thalès.

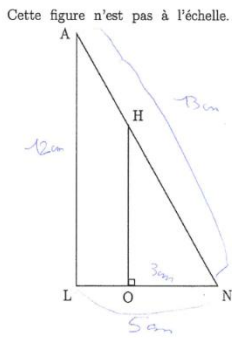
Triangle ALN	AL 5cm	LN 5cm	AN 13cm	$\frac{12 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = 7,2 \text{ cm}$
Triangle HON	HO 7,2cm	ON 3cm	HN	

Le segment HO mesure 7,2cm.

Ce groupe a pensé à justifier le parallélisme mais en ajoutant une hypothèse d'angle droit.

d) Les élèves qui ont bien compris

- Voici la figure d'un exercice donné au DNB.
1. Trouver toutes les questions que l'on pourrait poser.
 2. Rédiger les réponses aux questions trouvées.
 3. L'ordre des questions est-il important ? Si oui, expliquez pourquoi.
- DNB Mai 2023 Amérique du Nord



- On considère la figure ci-contre. On donne les mesures suivantes :
- AN = 13 cm
 - LN = 5 cm
 - AL = 12 cm
 - ON = 3 cm
 - O appartient au segment [LN]
 - H appartient au segment [AN]

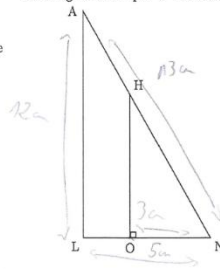
- 1) Prouver que \widehat{ALN} est égal à 90° .
- 1) Nous pouvons utiliser le théorème de Pythagore pour savoir si $\triangle ALN$ est rectangle.
 $AL^2 + LN^2 = AN^2$ est rectangle.
 $12^2 + 5^2 = 169$ alors
 $13^2 = 169$
 $\triangle ALN$ est bien rectangle car l'addition des carrés des deux petits côtés est égale à l'aire du grand côté. Ce qui veut dire que $\widehat{ALN} = 90^\circ$

- 2) En déduire OH.
- 2) Nous pouvons utiliser le théorème de Thalès car les segments AN et HN ainsi que LN et ON sont alignés ; de plus les droites AL et HO sont toutes deux perpendiculaires à une même droite LN ce qui signifie qu'elles sont parallèles.
- $$\frac{AL}{HO} = \frac{LN}{ON} = \frac{AN}{HN}$$
- $$\frac{12}{HO} = \frac{5}{3} \Rightarrow HO = \frac{12 \times 3}{5} = 7,2 \text{ cm}$$
- 3) Trouver HN.
- 3) On peut utiliser le théorème de Pythagore pour trouver la longueur HN, puisque le triangle HON est rectangle.
- $$HO^2 + ON^2 = HN^2$$
- $$7,2^2 + 3^2 = 60,84 \text{ cm}^2$$
- $$\hookrightarrow \sqrt{60,84} = 7,8 \text{ cm}$$
- Donc HN = 7,8 cm.
- 4) En déduire l'aire du triangle HON.

Cette figure n'est pas à l'échelle.

On considère la figure ci-contre. On donne les mesures suivantes :

- AN = 13 cm
- LN = 5 cm
- AL = 12 cm
- ON = 3 cm
- O appartient au segment [LN]
- H appartient au segment [NA]



Q1 Combien de triangles il y a dans cette figure?

R1 Dans cette figure il y a le triangle, le triangle LHN et le triangle OHN.

Q2 Montrez que l'angle ALN est rectangle.

R2 Selon la réciproque du théorème de Pythagore si il y a l'égalité des carrés alors le triangle est rectangle.

$$AL^2 + LN^2 = AN^2$$

$$12^2 + 5^2 = 13^2$$

$$144 + 25 = 169$$

$$169 \text{ cm} = 169 \text{ cm}$$

Puisqu'il y a égalité des carrés le triangle ALN est rectangle.

Q3 Quelle est la longueur du segment [OH]?

R3 Si deux droites sont perpendiculaires à une même 3^{ème} droite alors ces deux droites sont parallèles donc les droites [OH] et [LN] sont parallèles et les points A, H, N et L, O, N sont alignés alors on peut utiliser le théorème de Thalès

$$\frac{OH}{LN} = \frac{AH}{AN} = \frac{AO}{AL}$$

$$\frac{OH}{5} = \frac{AH}{13} = \frac{AO}{12}$$

$$OH = \frac{5 \cdot AH}{13} = \frac{5 \cdot 9,8}{13} = 3,8 \text{ cm}$$

Donc OH est égale à $AN - AH = 13 - 9,8 = 3,2 \text{ cm}$ et $AH = 9,8 \text{ cm}$

Q4 Quel est l'aire du triangle LHN?

R4 aire triangle = cotés a cotés $\cdot 2$
 aire triangle = $12 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} \cdot \frac{1}{2}$
 = $60 \text{ cm}^2 \cdot \frac{1}{2} = 30 \text{ cm}^2$
 L'aire du triangle LHN = 30 cm^2

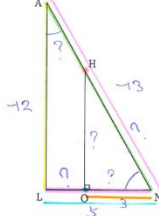
Q5 Combien mesure l'angle LAN?

Pour terminer, un exemple d'affiche sans vérification des hypothèses :

Question 2 :
 Trouver la longueur HO?
 Réponse :
 D'après le Théorème de Thalès
 $HNO = ANL$
 $HO = AL$
 $HO = 12 \text{ cm}$

- On considère la figure ci-contre. On donne les mesures suivantes :
- AN = 13 cm
 - LN = 5 cm
 - AL = 12 cm
 - ON = 3 cm
 - O appartient au segment [LN]
 - H appartient au segment [NA]

Cette figure n'est pas à l'échelle.



Question 4 :
 Trouver la longueur HN?
 Réponse :
 D'après le Théorème de Thalès
 $HON = ALN$
 $HN = AN$
 $HN = 13 \text{ cm}$

Question 3 :
 Trouver la longueur LO?
 Réponse :
 $LO = 5 \text{ cm}$
 $ON = 3 \text{ cm}$
 $LO = LN - ON$
 $LO = 5 - 3 \text{ cm}$
 $LO = 2 \text{ cm}$

Question 4 :
 Trouver l'angle de N?
 Réponse :
 $\arctan\left(\frac{12}{5}\right) \approx 67,38^\circ$
 Donc N mesure environ 67°

Question 5 :
 ALN est-il un agrandissement de HON?
 Réponse :
 ALN est un agrandissement de HON car tous les points sont alignés et qu'il y a un angle droit.



Deux groupes ont mis en évidence l'importance de l'ordre des questions :

L'ordre des questions?

Qui l'ordre des questions est important car une question peut avoir besoin d'une autre.

Réponse à la question 3 du professeur.

Par conséquent, puisque certaines questions sont du même type, mais il arrive qu'en répondant à une question nous permette de répondre à une autre ; c'est à ce moment-là que c'est important.

Bilan en classe avec les travaux des élèves scannés :

La séance suivante, j'ai repris les travaux des élèves pour mettre en évidence :

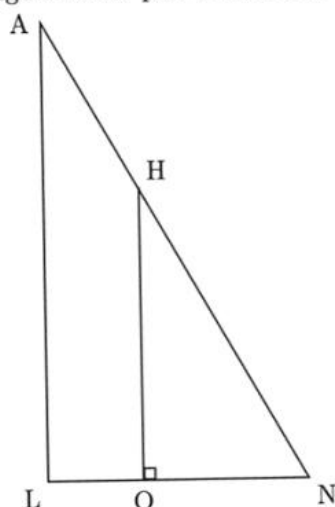
- Les erreurs de notation et de vocabulaire.
- L'absence de rédaction, le fait de ne pas vérifier les hypothèses ou de vérifier de mauvaises hypothèses.
- L'importance de l'ordre des questions et des informations données.

On a terminé en comparant avec les questions posées au DNB puis la recherche des questions 4 et 5.

Cette figure n'est pas à l'échelle.

On considère la figure ci-contre. On donne les mesures suivantes :

- $AN = 13$ cm
- $LN = 5$ cm
- $AL = 12$ cm
- $ON = 3$ cm
- O appartient au segment [LN]
- H appartient au segment [NA]



1. Montrer que le triangle LNA est rectangle en L.
2. Montrer que la longueur OH est égale à 7,2 cm.
3. Calculer la mesure de l'angle \widehat{LNA} . Donner une valeur approchée à l'unité près.
4. Pourquoi les triangles LNA et ONH sont-ils semblables ?
5. a. Quelle est l'aire du quadrilatère LOHA ?
b. Quelle proportion de l'aire du triangle LNA représente l'aire du quadrilatère LOHA ?

Conclusion :

Les élèves ont été très actifs et se sont davantage posés de questions.

Ils ont été acteurs de leur travail.

Les élèves en difficultés sont facilement rentrés dans l'activité.

Comme le suggérait Arnaud Durand, le fait qu'ils répondent à leurs propres questions (alors qu'ils finissent par formuler des questions très similaires à celles qui auraient été posées) est visiblement plus motivant.

Durant la phase de discussion et de synthèse, des élèves ont dit avoir mieux compris l'importance des hypothèses et de l'ordre des questions.

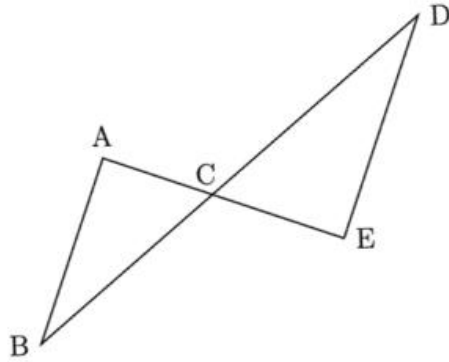
Éléments d'ouverture :

- On peut montrer aux élèves qu'en cas de blocage, ils peuvent admettre une hypothèse pour continuer leur démonstration. C'est ce qu'ont fait certains en admettant le parallélisme des droites pour appliquer le théorème de Thalès, mais il faut impérativement le mentionner par écrit. (On pourra rappeler la mention du brevet : « Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation. »)

- Pour insister sur l'importance de l'ordre des questions, voici un autre exercice de brevet où l'enchaînement des questions est particulièrement cruciale. Il peut permettre en supplément de gérer l'hétérogénéité des élèves.

DNB Décembre 2020 Nouvelle Calédonie

$AB = 400$, $AC = 300$, $BC = 500$ et $CD = 700$.



Les droites (AE) et (BD) se coupent en C

Les droites (AB) et (DE) sont parallèles