Les enjeux majeurs de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire

Leur traduction dans les programmes 2008

#### Introduction

objectifs généraux

où en sont nos élèves

Les mathématiques : discipline fondamentale

Les mathématiques : discipline cumulative

Les mathématiques : discipline de formation de la pensée

#### Conclusion

trois points

# ✓ Les objectifs généraux de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire

« agir dans sa vie quotidienne et se préparer à la poursuite d'études au collège »

### A la fin de l'école primaire, tout élève doit

- savoir <u>compter</u> avec les nombres entiers
- être capable de résoudre des problèmes simples relevant des quatre opérations
- donner du sens aux principales grandeurs
  - →objectifs essentiels des apprentissages du cycle II
  - ⇒se renforcent au cycle III
- comprendre et savoir utiliser les nombres décimaux
- être capable d'analyser, à son niveau, des données en vue de leur traitement
- s'être approprié les rudiments de géométrie plane

## Ce qui suppose

#### Des connaissances :

- · suite des nombres ;
- principe de la numération de position ;
- · qu'est-ce qu'un angle droit?
- •

#### Des automatismes :

- dans les connaissances : tables ; opérations ; utiliser l'équerre...
- dans les raisonnements : sens des opérations ; calcul mental résolution de problèmes « simples »

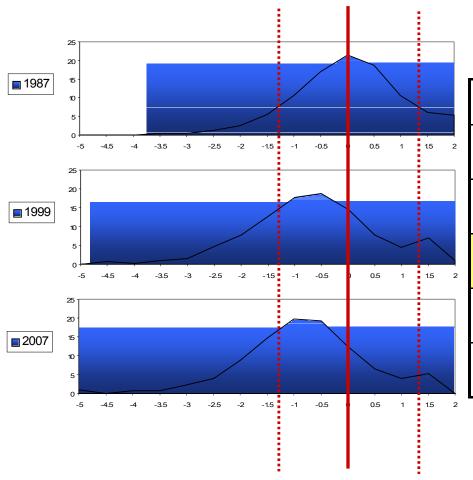
### Le goût de la recherche et du raisonnement

- Résolution de problèmes « non simples »
- · Recherche d'information dans des situations complexes (Orsay)

### Où en sont nos élèves

- Enquêtes PISA et PIRLS
- Le dispositif de l'évaluation sur échantillon de la DEPP
  - **1987**
  - **1999**
  - **2007**

## Calcul - scores



	1987	1999	2007
	1307	155	2001
≤ 1 <sup>er</sup> décile 1987	10%	28%	32%
≤ 1 <sup>er</sup> quartile 1987	25%	51%	57%
≥ médiane 1987	50%	25%	20%
≥ 3 <sup>ème</sup> quartile 1987	25%	13%	10%
≥ 9 <sup>ème</sup> décile 1987	10%	8%	4%

## Inégalités sociales

Professions et catégories sociales Calcul agriculteurs 0.6 🛏 artislansi, commerçantsi 0.4 0.2 📥 cadres , prof. intell. 🛏 prof. intermédiaires -0.2 **∗**— employés -0.4 - ouvriers -0.6 inactifs -0.8 •ensemble -1 -1.2 -1.4

1999

2007

1987

# Quel enjeu pour l'enseignement des mathématiques à l'école primaire ?

L'enjeu est clairement d'inverser la tendance

Nous devons agir tous ensemble Il n'y a pas de fatalité : les résultats des élèves d'autres pays de l'UE le prouvent

Postulat : l'action des maîtres dans les classes peut améliorer les résultats des élèves

# ✓ Les mathématiques : une discipline fondamentale

Loi d'orientation pour l'avenir de l'École du 21 avril 2005

À l'école primaire, adéquation complète entre les attendus des programmes et les paliers du socle commun de connaissances et de compétences

# ✓ Les mathématiques : une discipline cumulative

les connaissances et les compétences s'acquièrent progressivement, et toute lacune à un niveau donné peut s'avérer un obstacle difficilement surmontable aux niveaux suivants

être vigilant à chaque étape

les apprentissages se construisent dans la durée, par approfondissements et enrichissements successifs

penser les progressions en terme « spiralaire »

#### Numération

compter jusqu'à 30

- → jusqu'à 100
- → jusqu'au milliard ; décimaux ; fractions

#### Géométrie

reconnaissance globale des figures planes

→ validation qui s'appuie sur leur définition

### Extraits des évaluations CM2

A partir de quelques productions d'élèves

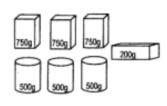
Mise en évidence de la dimension cumulative

Repérage des démarches

Ministère de l'Education nationale - Direction générale de l'enseignement scolaire

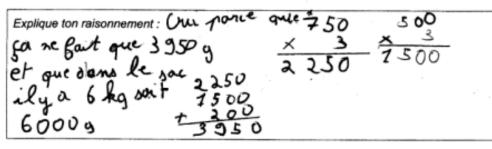
#### Exercice 18





Ce sac résistera-t-il pour transporter toutes ces provisions? Coche la bonne réponse.

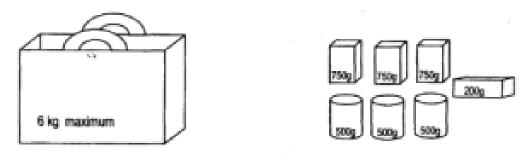






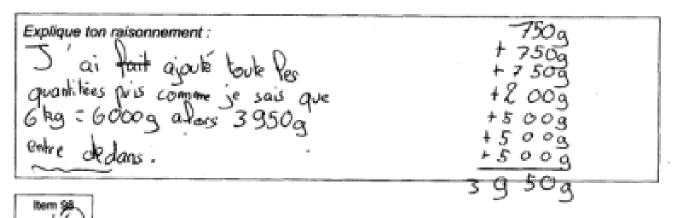
Oui parce que ça ne fait que 3950 g et que dans le sac il y a 6 kg soit 6000 q

- •Kilogramme, gramme et la relation qui les lie (CE2)
- •Additions, multiplications (CP-CE1 -CE2 car n>1000)
- Comparer deux nombres entiers (CP-CE1-CE2)
- •Résoudre des problèmes dont la résolution implique les grandeurs ci-dessus (CE2)
- •Savoir organiser les données d'un problème en vue de sa résolution (CE2)
- •Résoudre des problèmes dont la résolution implique éventuellement des conversions (CM1)
- •Résoudre des problèmes dont la résolution implique simultanément des unités différentes de mesure (CM2)



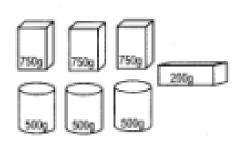
Ce sac résistera-t-il pour transporter toutes ces provisions? Coche la bonne réponse.



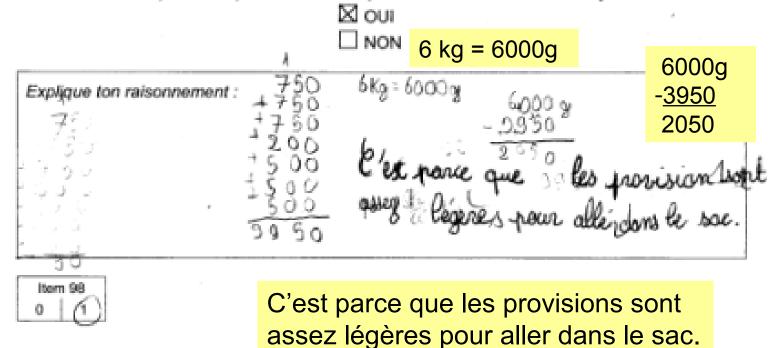


J'ai fait ajouté toutes les quantités puis comme je sais que 6 kg = 6000 g alors 3950 g entre dedans

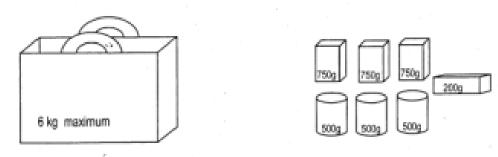




Ce sac résistera-t-il pour transporter toutes ces provisions? Coche la bonne réponse.



La soustraction est-elle ici réellement utile ?



Ce sac résistera-t-il pour transporter toutes ces provisions? Coche la bonne réponse.



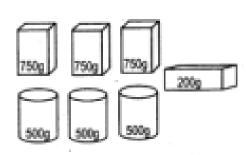
Explique ton raisonnement: Parce que c'est pas gros et 6 kg. C'est plus gros que 750g



Tout n'est pas à rejeter dans la démarche, mais est-elle réellement recevable ?

Qu'est-ce qui semble compris ?

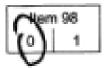




Ce sac résistera-t-il pour transporter toutes ces provisions? Coche la bonne réponse.



Explique ton raisonnement :	



Aucune trace écrite de raisonnement réponse au hasard ? difficulté à s'exprimer ?

### la résolution d'un problème

- elle engage de **nombreux** automatismes : le maître doit les repérer ;
- ✓ souvent, plusieurs démarches possibles ;
- en formation une démarche partielle mérite d'être valorisée par l'identification des réussites (et non « en cours d'acquisition »);
- ✓ apprendre à expliquer son raisonnement : retravailler des productions d'écrit ; être exigeant ;

familiarité avec les nombres

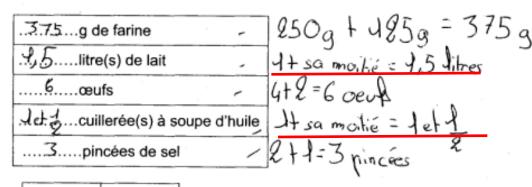
+ propriétés de linéarité

Pour faire des crêpes pour 6 personnes, il faut :

- 250 g de farine
- 1 litre de lait
- 4 œufs
- 1 cuillerée à soupe d'huile
- 2 pincées de sel

Calcule la quantité de chacun des ingrédients nécessaire pour faire des crêpes pour 9 personnes :

Tu peux faire tes calculs à droite du tableau.



Je fais à chaque fois le nombre + sa moitié parce que 6 + sa moitié font 9

résultat démarche

savoir organiser les données d'un problème en vue de sa résolution (CE2) utiliser un tableau ou la règle de trois dans des situations très simples de proportionnalité (CM1)

nombre décimaux (CM1) ; fractions simples (CM1) division par 2 (CE1)

le gramme (CE1), le litre (CE2) addition d'entiers (CP) et de décimaux (CM1)

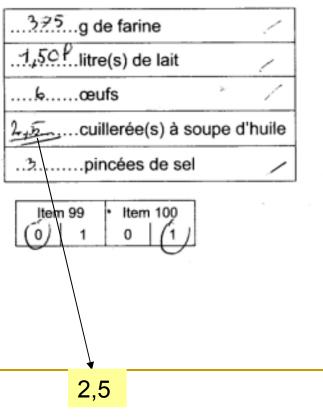
Pour faire des crêpes pour 6 personnes, il faut :

- 250 g de farine
- 1 litre de lait
- 4 œufs
- 1 cuillerée à soupe d'huile
- 2 pincées de sel

Erreur liée au manque de maîtrise des décimaux ?

Calcule la quantité de chacun des ingrédients nécessaire pour faire des crêpes pour 9 personnes :

Tu peux faire tes calculs à droite du tableau.



```
matré de 250g = 125g -
250g + 125g = 375 g

Ocuf 4 moiti é = 2
4+2=6

Mairie 2 = 1
2+7=3

moitié 1f = 5000
```

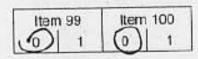
Pour faire des crêpes pour 6 personnes, il faut :

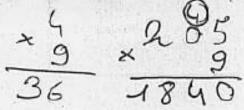
- 250 g de farine
- 1 litre de lait
- 4 œufs
- 1 cuillerée à soupe d'huile
- 2 pincées de sel

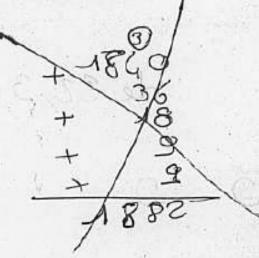
Calcule la quantité de chacun des ingrédients nécessaire pour faire des crêpes pour 9 personnes :

Tu peux faire tes calculs à droite du tableau.

18.9	<i>Q</i> g de farine	
9	litre(s) de lait	
36	œufs	
9	cuillerée(s) à soupe	d'huile
BK	pincées de sel	7







Une erreur fréquente dans cet exercice

Est-ce que ce sont les connaissances sur la proportionnalité qui font défaut ici ?

Quel sens cet énoncé a-t-il pour l'élève ?

Pour faire des crêpes pour 6 personnes, il faut :

- 250 g de farine
- 1 litre de lait
- 4 œufs
- 1 cuillerée à soupe d'huile
- 2 pincées de sel

Calcule la quantité de chacun des ingrédients nécessaire pour faire des crêpes pour 9 personnes :

Tu peux faire tes calculs à droite du tableau.

35 O.g de farine	
7œufs	
∠1.12cuillerée(s) à soupe d'huile	
pincées de sel	

(1)   1	tem 100  0   1
1	

Pour 9, on en met « un peu plus »?

Le problème semble avoir du sens pour l'élève, même si la proportionnalité n'est pas bien comprise.

Pour faire des crêpes pour 6 personnes, il faut :

Tu peux faire tes calculs à droite du tableau.

- 250 g de farine
- 1 litre de lait
- 4 œufs
- 1 cuillerée à soupe d'huile
- 2 pincées de sel

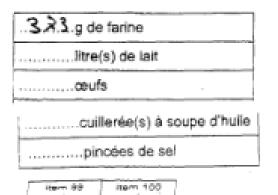
Deux productions d'élèves utilisant le retour à l'unité : démarche qui demande de bonnes compétences en calcul

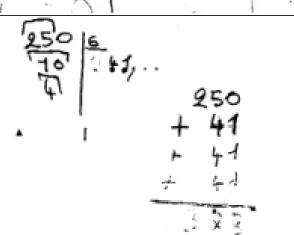
Calcule la quantité de chacun des ingrédients nécessaire pour faire des crêpes pour 9 personnes

250 : 6 = 41,6

 $41,6 \times 9 = 374,4$ 

10		1.11	V
2506-		47/5	3
-24/141/6	$\sim$	E	D
nd'		574,4	
6		5711	
	016		
	2506-	2506- -24/41/6 ×	2506- -24/41/6 × 3 10 10 10 10 10 10 10 10





250 : 6 = 41,...

020

250 + 41 + 41 + 41 = 373

## La proportionnalité

- ✓ le <u>sens</u> doit être travaillé dès le cycle II (problèmes de type multiplicatif)
- ✓ enseigner les propriétés de linéarité
- comme pour toute résolution de problème, la connaissance des nombres et la maîtrise du calcul sont incontournables
- ✓ les habitudes de classe se révèlent

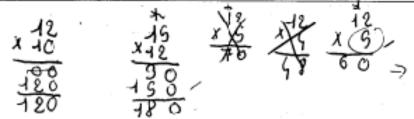
Résous le problème suivant :

Une directrice d'école achète 12 dictionnaires, pour un montant total de 186 €. Combien coûte un seul de ces dictionnaires ?

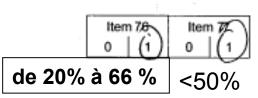
Un dictionaire coûte 150. 15,40 15,50

résoudre des problèmes relevant des quatre opérations (CE2)

Tu peux faire tes calculs ici.



division décimalede 2 entiers (CM1)



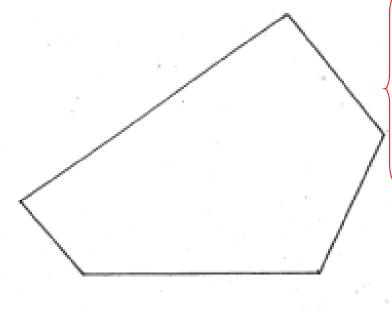
Les résultats à l'item 76 (démarche) sont très variables d'une école à l'autre, et même d'une circonscription à l'autre

Quel est le périmètre de cette figure ?

Donne le résultat en centimètre : ......cm

Donne le résultat en millimètre : ......mm

Tu peux faire tes calculs ici.



Item 95

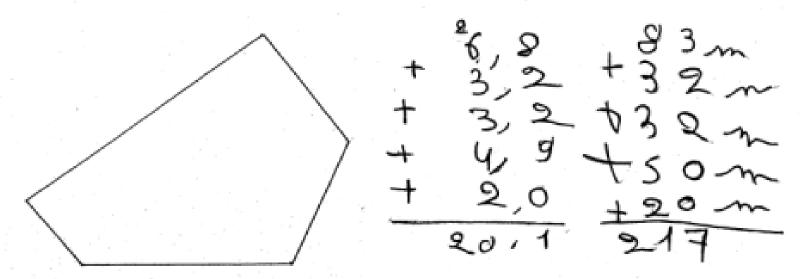
<50%

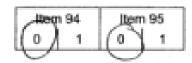
Environ 50%

- •Calculer le **périmètre d'un polygone** (CE2)
- Utiliser la règle graduée (CP)
- •Mesurer des segments (CE1)
- •Le cm, le mm et les relations qui les lient (CE2)
- •Résoudre des problèmes dont la résolution implique éventuellement des conversions (CM1)

Quel est le périmètre de cette figure ?

Tu peux faire tes calculs ici.



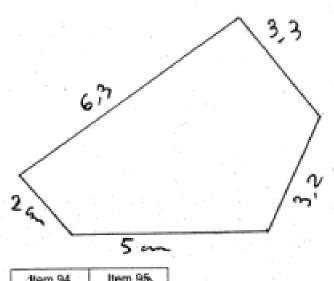


Erreur de codage?

La notion de périmètre est comprise

Mais l'élève ne fait pas le lien entre les deux unités de longueur

Tu peux faire tes calculs ici.



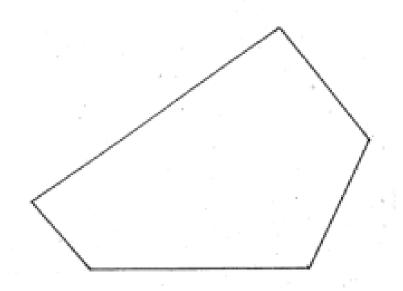
Erreur de mesure, mais la notion de périmètre est comprise le lien entre cm et mm est compris

la notion d'unité doit encore être travaillée

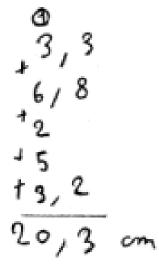
Quel est le périmètre de cette figure ?

Donne le résultat en centimètre : ....20,3......cm

Donne le résultat en millimètre : ....20,...3......mm



Tu peux faire tes calculs ici.



| Item 94 | Item 95 | 1

La notion de périmètre est comprise
La notion d'unité aussi
Le lien entre cm et mm est compris
Manque de maîtrise des décimaux ?

Géométrie
Grandeurs et mesures
Nombres et

calculs

La résolution d'un problème de géométrie peut engager des compétences qui touchent à tous les domaines.

# ✓ Les mathématiques sont une discipline de formation de la pensée

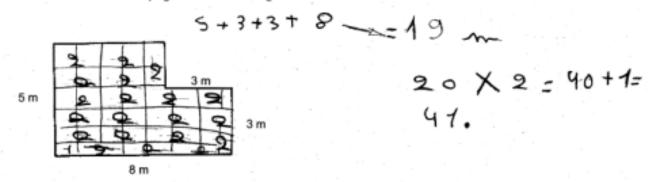
L'apprentissage et la pratique des mathématiques développent le goût de la recherche et du raisonnement, l'imagination et les capacités d'abstraction, la rigueur et la précision.

Programmes de l'école élémentaire, BOEN HS n°3 du 19 juin 2008

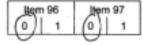
On a dessiné ci-dessous le plan d'un petit jardin, tous les angles sont droits et les longueurs, en mètre, de certains côtés ont été notées.

Calcule l'aire de ce jardin.

Fais tes calculs sur cette page à droite de la figure.







« J'ai fait des carrés et je les ai regroupés par deux.

$$20 \times 2 = 40$$

plus 1 qui reste = 41 »

Problème ouvert avec prise d'initiative

Mesurer ou estimer l'aire d'une surface grâce à un pavage effectif ou l'aide d'une surface de référence ou grâce à l'utilisation d'un réseau quadrillé (CM1)

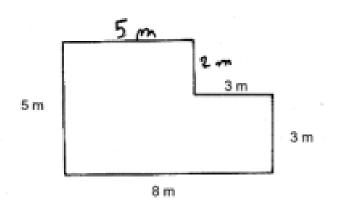
Calculer l'aide d'un carré, d'un rectangle (CM2).

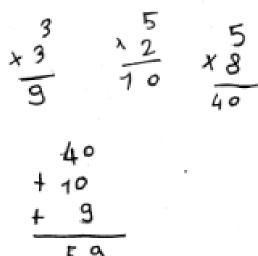
Connaître et utiliser les unités d'aire (cm², m², km²) (CM2)

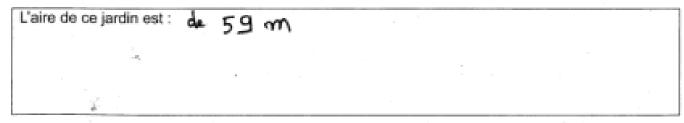
On a dessiné ci-dessous le plan d'un petit jardin, tous les angles sont droits et les longueurs, en mètre, de certains côtés ont été notées.

Calcule l'aire de ce jardin.

Fais tes calculs sur cette page à droite de la figure.







Item 96	Item 97
0 0	(O) 1

Quelle est la démarche de l'élève ?

## Résoudre des problèmes

√ demande un entraînement

- mobilise toujours des connaissances et des automatismes
  - nombres et du calcul
  - sens des opérations
  - grandeurs usuelles et unités qui les mesurent
  - méthodes de raisonnement

## **✓** Conclusions

- 1. la résolution de problèmes mobilise de nombreux outils et concepts mathématiques, qui doivent être enseignés
- 2. la vigilance des inspecteurs doit s'exercer
- 3. des thèmes à développer en animation

# 1. Les outils et concepts mathématiques doivent être enseignés

Certaines mathématiques enseignées à l'école sont vieilles de 2500 ans ; d'autres sont beaucoup plus récentes.

Même si les démarches euristiques sont à privilégier, les élèves ne peuvent pas refaire seuls tout le chemin .

#### <u>Numération</u>

Décimale : inventée par les Hindous, introduite en Europe il y a environ 800 ans

Utilisation du chiffre 0 : Inde, 6e ou 7e siècle après JC.

Nombres décimaux : Simon Stevin, XVIIe

Zéro est un nombre : Peano 1889

#### Soustraction « à la plume »

XVIe siècle : de gauche à droite

Bezout, 1781: diminuer le chiffre supérieur gauche

Condorcet, 1794 : augmenter le chiffre inférieur gauche

## Unités usuelles de poids et mesures

Révolution française

#### Géométrie plane courante

Euclide, Les éléments, ~300 av JC.

# 2. La vigilance des Inspecteurs doit s'exercer

Que nous apprennent les observations de classes ?

Des EDT et des progressions affichées « conformes », mais concrètement :

- ✓ une pratique généralisée du fichier en cycle II, qui tend à gagner du terrain aussi en cycle III;
- √ trop rarement un cahier dédié aux mathématiques ;
- ✓ pas d'entraînement systématique au calcul, ou alors beaucoup de calcul et très peu de problèmes;
- ✓ peu de différenciation : certains élèves s'ennuient, d'autres ne « suivent » pas ;
- √ des situations de recherche non reliées à un objectif d'apprentissage ;

## La vigilance des inspecteurs doit s'exercer

- respect des programmes et des progressions respect des horaires
- ✓ attention systématique portée aux outils des élèves :
  - le fichier ne suffit pas : les élèves ont-ils un cahier? pour faire quoi ?
  - où (et quand) fait-on du calcul mental ?
  - Où, quand et comment travaille-t-on le langage des mathématiques ?
- ✓ attention systématique aux évaluations :
  - contenus : progression, productions des élèves
  - corrections : dans quel esprit ? en vue de quoi ?

## La vigilance des inspecteurs doit s'exercer

- Lors d'une séance de mathématiques : utilisation pleine du temps dédié à la discipline
  - pas d'activité sans objet identifiable, et annoncé
  - pas d'activité sans visée d'acquisitions évaluables
  - pas d'activité sans conclusion

- pas d'élève « laissé pour compte »
- pas d'élève qui s'ennuie

## 3. Des thèmes à développer en animation

#### À dominante didactique des mathématiques

- Les problèmes en ...
- les automatismes en...
- la progression des apprentissages en ...

Il ne s'agit pas de paraphraser le programme mais de donner une cohérence

# Exemple : progression des apprentissages sur les nombres décimaux

- la suite orale des nombres à la maternelle ;
- l'écriture des nombres entiers au cycle 2 : principe de la numération décimale, irrégularité de leur désignation orale ;
- comparer et ranger des nombres ;
- introduction des nombres décimaux au CM1
  - lien avec les fractions décimales
  - lien avec les grandeurs
  - partage de l'unité
  - Comparaison
- approfondir au CM2 ;
  - plus de décimales
  - produire des décompositions
  - valeur approchée
  - **-** ...
- Ce qui est visé en fin de CM2 ;

### Exemple

## Progression des apprentissages en vue de la résolution des problèmes de proportionnalité

- au cycle 2
  - les grandeurs ; premières mesures
  - relations entre les nombres
  - organiser les données d'un problème en vue de sa résolution
  - Approche à travers les problèmes additifs ou multiplicatifs
- Au cycle 3
  - des premiers tableaux de valeurs au tableaux de proportionnalité
  - lien avec les problèmes multiplicatifs
  - approche des propriétés de linéarité
  - passage par l'unité
  - mesures de grandeurs ; grandeurs quotient (CM2)

## 3. Des thèmes à développer en animation

#### À dominante didactique des mathématiques

- Les problèmes en ...
- les automatismes en...
- la progression des apprentissages en ...

#### À dominante pédagogique

- en mathématiques, quelles synthèses pour quels apprentissages?
- les outils des élèves en mathématiques
- l'évaluation des acquis des élèves et la mesure de leurs progrès
- le traitement des erreurs

Fin du diaporama

Marie Mégard marie.megard@education.gouv.fr

Pour faire cette opération, on écrira (le nombre) qu'on veut retrancher au-dessous de l'autre et ayant souligné le tout on retranchera, en allant de droite à gauche, chaque nombre inférieur correspondant supérieur. Lorsque le chiffre inférieur se trouvera plus grand que le chiffre supérieur correspondant, on ajoutera à celui-ci dix unités qu'on aura, en empruntant par la pensée, une unité sur son voisin de gauche, lequel doit, par cette raison, être regardé comme moindre d'une unité, dans l'opération suivante.

BEZOUT, cours de mathématiques à l'usage du corps royal d'artillerie, 1781

6, 223
<u>-4,535</u>
1,688

Ôter 5 de 3, est impossible ; j'emprunte une dixaine : 10 et 3 sont 13 ; j'ôte 5 de 13, reste 8 ; 3 et 1 que j'ai déjà empruntés, sont 4 : ôter 4 de 2, est impossible ; j'emprunte une dixaine ; 10 et 2 sont 12 ; j'ôte 4 de 12, reste 8 : 5 et 1 que j'ai emprunté sont 6. Ôter 6 de 2 est impossible ; j'emprunte une dixaine : 10 et 2 sont 12 ; j'ôte 6 de 12, reste 6 ; 4 et 1 que j'ai emprunté, sont 5 : j'ôte 5 de 6, reste 1.

Cette méthode est plus simple, dans le cas où le nombre dont on retranche contient un zéro, et qu'on est obligé d'emprunter une centaine sur laquelle on prend une dixaine pour en réserver 9

Condorcet, 1794

Nb : Elle est aussi plus simple dans des situations comme celle exposée, avec plusieurs retenues.