

Modéliser en mathématiques 4ème

MODELISER POUR ESTIMER LE VOLUME D'UN PARTERRE

LE PROBLEME

Il n'y avait pas d'énoncé. Les élèves devaient apporter un mètre ruban et trouver une estimation du volume du parterre de la cour du collège.



Voici un énoncé possible pour exploiter le problème :

Voici le parterre au centre de la cour d'un collège ainsi qu'une photo aérienne.



Donner une estimation du volume de terre contenu dans le parterre au centre de la cour.

Objectifs :

- Chercher les informations utiles
- Prendre en note les mesures
- Donner du sens à la formule du volume d'un prisme
- Calculer la surface d'un hexagone par découpage
- Penser à utiliser le théorème de Pythagore
- Communiquer son raisonnement

Mise en œuvre : (Une séance d'une heure)

Partie 1 : La séance commence dans la cour.

- Les élèves doivent mesurer les longueurs qu'ils pensent utiles.

Partie 2 : On part en classe et les élèves se mettent par groupe.

- Recherche individuelle pendant 10 min.
- Coopération dans les groupes pour arriver à une réponse.
- Rédaction de la réponse.

Première modélisation pour calculer le volume du prisme à base hexagonale :

Légende:
■ : 2,38m
■ : 4,85m
■ : 2,45m
■ : 1,6m

Quel est le volume de Terre dans le grand bac au milieu de la cour ?

On calcul l'aire de la base. Pour cela, il faut utiliser le découpage car il y a aucune formule pour le prisme à base hexagonal.

Schema :

- = 2,80 m
- = 0,63 m
- = 4,90 m

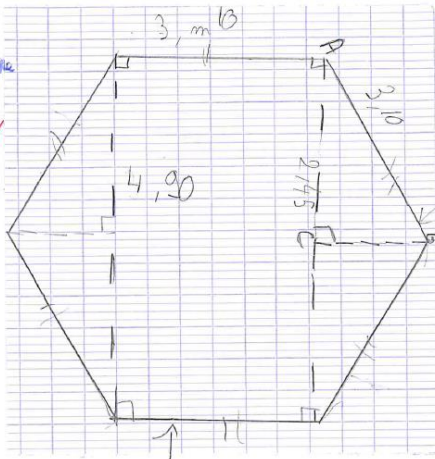
Deuxième modélisation pour calculer la hauteur du triangle :

Le découpage de l'hexagone a amené les élèves à déterminer l'aire d'un triangle. Mais ils n'avaient pas pensé à mesurer la hauteur de ce triangle (et elle n'était pas simple à mesurer...)
 L'idée d'utiliser le théorème de Pythagore (notion vue quatre mois plus tôt mais retravaillée à travers différents problèmes les mois suivants) est venue dans presque tous les groupes.

Triangle 1: $(\text{base} \times \text{hauteur}) \div 2$: Il nous manque la hauteur et pour la trouver on peut utiliser pythagore car il y a un angle droit et on peut prendre 2 côté: le côté du rectangle et la moitié du segment AB.

Pythagore de la hauteur: Moitié de AB: $242,5 \times 242,5 = 58806,25$
 Côté du rectangle: $276,5 \times 276,5 = 76452,25$
 Côté manquant: $\sqrt{\text{côté du rectangle} - \text{côté de moitié de AB}}$
 $= \sqrt{17646}$
 $= 132,84 \text{ cm}$

Pour calculer l'aire de la base de l'hexagone On a découpé la figure en 6 parties →



pour calculer la hauteur de ABC on a utilisé Pythagore car il est rectangle en C.

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$AB^2 = 2,80 \times 2,80 = 7,84$$

$$AC^2 = 2,45 \times 2,45 = 6,0025 \text{ m}^2$$

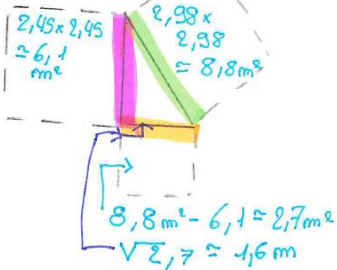
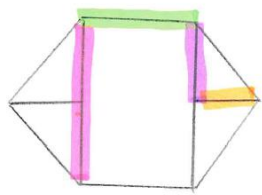
$$AB^2 - AC^2 = 1,8375 = BC^2$$

Ensuite on a calculé l'aire du rectangle. $4,90 \times 2,80 = 13,72$

$$\sqrt{BC^2} = 1,4 \text{ m}$$

$$\frac{1,4 \times 2,45}{2} = 1,715$$

$$1,715 \times 3 = 5,145$$



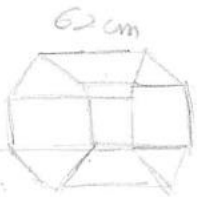
Aire triangles AEF et BCD : Base x hauteur : 2

Base = 4,90 ; hauteur = H

$$H = \sqrt{FE^2 - OE^2} = \sqrt{3,76^2 - (4,90 \frac{1}{2})^2} \approx 1,27$$

Pour arriver à la réponse finale du volume total :

Aire de la base (19,74 m²) x la hauteur (0,62 m) = Volume de terre (12,23 m³)



Donc le volume de terre est de 12,23 m³.