



**ACADÉMIE  
DE NANTES**

*Liberté  
Égalité  
Fraternité*

Stéphane Percot – lycée Rosa Parks – La Roche-sur-Yon

Mai 2022

Expérimentation pédagogique sur le thème :  
Travailler l'oral en mathématiques et travailler  
les mathématiques avec l'oral

## « Présenter son travail à l'oral devant ses pairs » Version « avancée » - en binôme



*Lycée*

*Expérimentation testée en mathématiques complémentaire au lycée Rosa Parks de La Roche-sur-Yon*

### **Résumé de la ressource**

*Une expérimentation pédagogique consistant à faire présenter, par deux élèves, la résolution d'un exercice devant un jury composé de deux autres élèves de la classe*

### **Descriptif rapide :**

Dans ce groupe de mathématiques complémentaires, une part importante du temps de travail est réservée à la résolution de problèmes et en particulier à la modélisation de situations à l'aide des outils mathématiques découverts ou complétés dans cette année de terminale.

Au cours du second trimestre, certains travaux proposés aux élèves, les invitaient à collaborer pour préparer, en binôme, une résolution d'exercices qui devaient être présentée devant un « jury » de deux élèves. Chacune des équipes de 2 ou 3 élèves, jouant donc le rôle successif de « équipes de candidats » à l'oral puis de « jury ».

- 1. Exemples d'exercices donnés au binôme**
- 2. Compétences développées**
- 3. Une grille d'évaluation possible**
- 4. Exemples de travaux d'élèves**

## 1. Exemple d'exercice donné à résoudre en binôme

**Travail en groupe le vendredi 14 janvier 2022**

### **Inspiré du sujet de mathématiques du BAC S - Asie 2019**

Rappel : La loi de refroidissement de Newton stipule que le taux d'évolution de la température d'un corps est proportionnel à la différence entre la température de ce corps et celle du milieu environnant.

Mr Perk s'installe à la terrasse d'un bar parisien (*je précise qu'il s'installe assis car actuellement consommer un café debout est interdit...*). La température extérieure est de  $10^{\circ}\text{C}$  (*ben oui on se pèle à Paris...*).

Un serveur approche et demande : **"Et qu'est-ce qu'on lui sert au monsieur ?"**

Mr Perk regarde le serveur et sans relever le ton surprenant de la question répond : **"Un café s'il vous plaît."**

Le serveur crie vers le comptoir : **"et un café pour la table n°4 !!!"** (*NDLR : le numéro de la table ne sera pas utile pour la suite du problème*)

La machine à café chauffe et remplit la tasse d'un café italien pur arabica (*oh le placement produit à deux balles...*) à une température précise de  $80^{\circ}\text{C}$  (*certifié par le constructeur même si on peut mentir une fois à mille personnes et qu'on peut mentir mille fois à ... euh je m'égare*).

Le serveur l'amène en terrasse, la dépose (*sans part de tarte aux pommes pour l'accompagner...tout fout le camp mon pauvre monsieur*) et dit **"4,50 € !"**

Mr Perk paye (*sans relever le prix indécent du café parisien*) et pour faire genre "j'me la pète en terrasse d'un café de la rive gauche", il attend un peu que son café refroidisse en regardant les passants des quais de Seine... (*vraiment quel cliché !*). Il en profite pour se prendre en selfie pour faire une story sur Insta (*il manquerait plus qu'il poste un message sur le compte Rosa Crush et ce serait le ponpon...*)

Il remarque qu'au bout de 1min 30s son café a atteint la température de  $61,85^{\circ}\text{C}$  (*précis le mec...on sent qu'on n'a pas affaire à un amateur...*)

Mais Mr Perk souhaite boire son café à exactement  $40^{\circ}\text{C}$  (*on le sent quand même un peu psycho rigide*).

Il décide donc d'attendre.

**Combien de temps doit-il encore attendre ?**

**Détailler votre réponse à l'aide d'une démarche précise et répondre à la seconde près.**



La loi de refroidissement de Newton permet d'écrire que la fonction  $y(t)$  exprimant la température du café en fonction du temps est solution de l'équation différentielle  $y' = \alpha(y - 10)$

On résout cette équation :

$$y = C e^{\alpha t} + 10$$

$$y(0) = 80 \text{ donc } C = 70 \text{ ainsi } y = 70 e^{\alpha t} + 10$$

$$y(1,5) = 61,85 \text{ donc } 70 e^{1,5\alpha} + 10 = 61,85 \text{ donc } e^{1,5\alpha} = \frac{51,85}{70} \quad (\text{l'unité utilisée pour } t \text{ est la minute})$$

$$\text{donc } \alpha = \ln\left(\frac{51,85}{70}\right) : 1,5 = -0,2$$

$$\text{ainsi } y = 70 e^{-0,2t} + 10$$

On cherche  $t$  tel que  $70 e^{-0,2t} + 10 = 40$  c'est-à-dire tel que  $e^{-0,2t} = 3/7$

On trouve  $t = \ln(3/7) : (-0,2) \approx 4,2365$  minutes soit 254 secondes.

Sachant que la question est posée au temps  $t = 90$  secondes on doit donc attendre 164 secondes soit 2 min 44 s

## 2. Compétences mathématiques développées

**Compétences mathématiques en lien avec cette activité :**

### **Communiquer :**

*Les présentations orales furent un cadre privilégié pour permettre aux élèves de s'exprimer avec clarté et précision à l'oral et à l'écrit mais aussi de développer une argumentation mathématique la plus rigoureuse possible*

### **Chercher et raisonner :**

*La préparation des oraux a permis aux élèves d'analyser un exercice, d'utiliser une notion mathématique.*

*La résolution demandait un peu de recherche et/ou de raisonnement en lien avec la notion travaillée précédemment.*

### **Calculer :**

*L'exercice demandé mettait en jeu des notions liées aux suites numériques. Ils ont permis aux élèves de réaliser quelques calculs plusieurs calculs (à la main ou à l'aide d'un instrument et/ou de mettre en œuvre des algorithmes simples).*

### **Modéliser :**

*L'exercice proposé permettait de traduire en langage mathématique une situation réelle.*

### 3. Une grille d'évaluation possible

Évaluation : Chaque présentation a été évaluée par le « jury d'élèves » à l'aide de la grille ci-dessous.

## Oral de mathématiques complémentaires en terminale

Vendredi 14 janvier 2022

### Grille d'évaluation de l'exercice sur la température du café

NOM – Prénom : .....

Élève(s) composant le jury : .....

	Critères d'évaluation				
COMPÉTENCES ORALES et de COLLABORATION	<b>Introduction</b> : l'élève a présenté clairement le problème étudié et/ou la méthode mathématique utilisée pour le résoudre.				
	<b>Voix et vocabulaire</b> : la prestation orale était claire, compréhensible, bien organisée. Le vocabulaire utilisé était rigoureux et adapté.				
	<b>Posture et gestuelle</b> : la posture et les gestes étaient adaptés à une présentation orale dynamique et organisée.				
	<b>Co-animation</b> : la répartition de la parole était judicieuse et équilibrée. Elle montre une bonne préparation et un travail d'équipe				
COMPÉTENCES MATHÉMATIQUES	<b>Raisonner</b> : la démarche présentée montre une bonne analyse et un bon raisonnement pour résoudre le problème étudié.				
	<b>Modéliser</b> : le problème étudié est bien modélisé : l'équation différentielle posée est correcte, la fonction trouvée est bonne.				
	<b>Calculer</b> : les calculs effectués sont corrects et montrent une bonne maîtrise des outils mathématiques utilisés				
	<b>Communiquer</b> : Les écritures mathématiques sont adaptées, précises et rigoureuses. La rédaction globale est de bonne qualité.				

Évaluation proposée par le jury : / 10 pts

Rapport du jury :

# 4. Exemples de travaux d'élèves

Matthieu Mthys Manca

Loi de refroidissement de Newton:

$$\Theta'(t) = \alpha(\Theta(t) - t_{ext}) \quad \Theta(0) = 80^\circ\text{C} \quad t_{ext} = 10^\circ\text{C}$$

$\rightarrow y' = \alpha(y - 10)$   
 $= \frac{dy}{dt} - 10\alpha$

Fonction constante:  $-\frac{b}{a} = -\frac{-10\alpha}{\alpha} = 10$

Solution générale de l'équation:  $\Theta(t) = C e^{\alpha t} + 10$

$\Theta(0) = 80^\circ\text{C}$   
 $\Theta(0) = C e^{0t} + 10 = 80$   
 $\Theta(0) = C + 10 = 80$   
 $\Theta(0) = C = 70$

Cela donne  $\Theta(t) = 70 e^{\alpha t} + 10$

On résout l'équation

$$70 e^{\frac{\alpha(51,85)}{70}} + 10 = 40$$

$$x \approx 2543$$

$\alpha$  doit attendre encore 164 s

On détermine  $\alpha$ :

$$\Theta(90) = 70 e^{\alpha \cdot 90} + 10 = 61,85$$

$$= 70 e^{\alpha \cdot 90} = 51,85$$

$$= e^{\frac{\alpha \cdot 90}{70} \ln 51,85}$$

$$= e^{\alpha \cdot \frac{59,85}{70}}$$

$$= e^{\alpha \cdot \frac{59,85}{70}}$$

$$\alpha \approx -0,003335$$

$\alpha < 0$  donc la température diminue

Agneri Imens Clara

D'après la loi de Newton on peut traduire pb de M<sup>e</sup> Pexh par:  $\Theta'(t) = \alpha(\Theta(t) - 10)$

Le signe de la constante  $\alpha$  est négative car la température du café diminue.

La solution de l'équation différentielle:  $\Theta(t) = a(\Theta(t) - 10)$

$\Theta(t) = a(\Theta(t) - 10)$

$a = \alpha$  et  $b = -10\alpha$

fonction constante, solution de l'équation:  $-\frac{b}{a} = \frac{10\alpha}{\alpha} = 10$

Solution générale de l'équation différentielle

$$\Theta(t) = C e^{\alpha t} + 10$$

On en déduit que  $\Theta(t) = 70 e^{\alpha t} + 10$

$\Theta(0) = 80$

$\Theta(0) = C e^{0t} + 10 = 80$

$C + 10 = 80$

$C = 70$

Pour tout réel  $\alpha$  qui vérifie  $e^{\frac{15\alpha}{70}} = \frac{51,85}{70}$

$\Theta(15) = 61,85$

$\Theta(15) = 70 e^{\frac{15\alpha}{70}} + 10 = 61,85$

$70 e^{\frac{15\alpha}{70}} = \frac{51,85}{70}$

$e^{\frac{15\alpha}{70}} = \frac{51,85}{70}$

On cherche  $\alpha$  dans  $e^{15\alpha} = \frac{51,85}{70}$

$\ln(e^{15\alpha}) = \ln\left(\frac{51,85}{70}\right)$

$15\alpha = \ln\left(\frac{51,85}{70}\right)$

$\alpha = \frac{1}{15} \times \ln\left(\frac{51,85}{70}\right)$

$\alpha \approx -0,0001$

On sait que au bout de 1h30 son café attend 61,85°C:

$$70 e^{-0,0001 \times 180} + 10 = 61,85$$

On veut savoir combien de temps attendre pour que  $E = 40^\circ\text{C}$

$$70 e^{-0,0001 t} + 10 = 40$$

$$70 e^{-0,0001 t} = \frac{30}{70}$$

$$e^{-0,0001 t} = \ln\left(\frac{30}{70}\right)$$

$$-0,0001 t = \ln\left(\frac{30}{70}\right)$$

$$t = \frac{\ln\left(\frac{30}{70}\right)}{-0,0001}$$

$$t = -0,8001$$

$$t = 4,23$$

M<sup>e</sup> Pexh pourra boire son café au bout de 4,23 minutes soit 4 min 14 secondes.

Donc il devra encore attendre 2 minutes 73 secondes = 2 minutes

Alors ce café parisien!

On sait que  $\alpha$  est négatif car la température extérieure est inférieure ( $11^\circ\text{C}$ )  $\Theta(0) = 80^\circ\text{C}$

$$\Theta'(t) = \alpha(\Theta(t) - 10)$$

$$= \alpha\Theta(t) - \alpha \cdot 10$$

$$y' = \alpha y - \alpha \cdot 10$$

$t = 10$  ( $y' = \alpha y + b$ )

Solution équation:  $C e^{\alpha t} + 10$

$f(t) = \frac{-b}{a}$   
 $= \frac{10\alpha}{\alpha} = 10$   
 $f(t) = \frac{-b}{a} + \frac{C \alpha e^{\alpha t}}{\alpha}$   
 $= C e^{\alpha t} + 10$   
 $= 80$

$C + 10 = 80 \rightarrow$  On a bien  $\Theta(t) = 70 e^{\alpha t} + 10$

$C = 70$

$\Theta(90) = 61,85$

$\Theta(90) = 70 e^{\alpha \cdot 90} + 10 = 61,85$

$= 70 e^{\alpha \cdot 90} = 51,85$

$e^{\alpha \cdot 90} = \frac{51,85}{70}$

$\ln(e^{90\alpha}) = \ln\left(\frac{51,85}{70}\right)$

$90\alpha = \ln\left(\frac{51,85}{70}\right)$

$\alpha = \frac{1}{90} \times \ln\left(\frac{51,85}{70}\right) \approx -0,0033$

D'après lecture graphique  
de la calculatrice, nous avons :

$$\theta(250) = 70 \text{ s} \quad \begin{array}{l} -0,0033 \times 250 \quad \text{variable } \theta \\ + 70 = 40 \end{array}$$

au bout de environ 250 s,  
soit 4 min 10 s pour avoir  
son café à 313 K. Bon café!

il doit encore attendre 2 min 45