Programme de mathématiques de la classe de première de la voie technologique

Sommaire

Préambule

Intentions majeures

Le programme de mathématiques commun à tous les élèves des classes de première de la voie technologique est conçu avec les intentions suivantes :
- permettre à chaque élève de consolider et d'élargir les acquis du collège et de la classe de seconde afin de poursuivre l'acquisition d'une culture mathématique nécessaire pour évoluer dans un environnement numérique où les données et les graphiques sont omniprésents ;
- développer une image positive des mathématiques et permettre à chaque élève de faire l'expérience personnelle des démarches qui leur sont propres afin d'en appréhender la pertinence et l'efficacité ;
- assurer les bases mathématiques nécessaires aux autres disciplines enseignées et développer des aptitudes intellectuelles indispensables à la réussite d'études supérieures, quelle que soit la spécialité technologique retenue ;
- prendre en compte les spécificités des séries tertiaires et industrielles qui se traduisent par des finalités d'apprentissage différentes.

Lignes directrices pour l'enseignement

Attitudes développées

L'enseignement des mathématiques participe à la formation générale des élèves en contribuant au développement d'attitudes propices à la poursuite d'études. Parmi elles, peuvent notamment être mentionnés, la persévérance dans la recherche d'une solution, l'esprit critique, le souci d'argumenter sa pensée par un raisonnement logique, la qualité d'expression écrite et orale, l'esprit de collaboration dans un travail d'équipe, etc.

La résolution d'exercices et de problèmes, individuellement ou en groupe, l'organisation de réflexions et d'échanges scientifiques pour valider un résultat ou une méthode sont des occasions fécondes pour développer ces attitudes indispensables à la formation de chaque individu dans ses dimensions personnelle et professionnelle, sans omettre la responsabilité du citoyen.

Développement des six compétences mathématiques et de l'aptitude à l'abstraction

L'activité mathématique contribue à développer les six compétences mentionnées ci-dessous :
- **chercher,** expérimenter, émettre des conjectures ;
- **modéliser**, réaliser des simulations numériques d'un modèle, valider ou invalider un modèle ;
- **représenter**, choisir un cadre (numérique, algébrique, géométrique, etc.), changer de registre (algébrique, graphique, etc.) ;
- **raisonner**, démontrer, trouver des résultats partiels et les mettre en perspective ;
- **calculer**, appliquer des techniques et mettre en œuvre des algorithmes ;
- **communiquer** un résultat par oral ou par écrit, expliquer une démarche.

Ces compétences sont plus ou moins mobilisées selon les activités proposées aux élèves et il convient de diversifier les situations afin de les développer toutes. Au-delà de ces compétences disciplinaires, l'enseignement des mathématiques contribue à développer des aptitudes transversales, notamment l'abstraction, qui sont essentielles pour la poursuite d'études supérieures.

Diversité de l'activité mathématique

La mise en œuvre du programme permet aux élèves d'acquérir des connaissances, des méthodes et des démarches spécifiques. En lien avec les contenus étudiés, elles sont mobilisées et articulées les unes aux autres dans des activités riches et variées où le sens des concepts et les techniques liées à leur application sont régulièrement mis en relation, chacun venant éclairer et consolider l'autre. La diversité des activités concerne aussi bien les contextes (internes aux mathématiques ou liés à des situations issues de la vie quotidienne ou d'autres disciplines) que les types de tâches proposées : « questions flash » pour favoriser l'acquisition d'automatismes, exercices d'application et d'entrainement pour stabiliser et consolider les connaissances, exercices et problèmes favorisant les prises d'initiatives, mises au point collectives d'une solution, productions d'écrits individuels ou collectifs, etc.

Le passage à l'abstraction mathématique peut présenter des difficultés pour certains élèves. Il importe donc de veiller au caractère progressif et actif des apprentissages. Les nouveaux concepts gagnent à être introduits par un questionnement ou un problème qui conduit à des conjectures et donne sens à leur formalisation abstraite. Le recours à des logiciels de calcul, de géométrie dynamique ou la pratique de la programmation facilitent cette approche inductive. Pour assurer la stabilité et la pérennité des apprentissages, les concepts sont ensuite mis en œuvre dans des exercices et des problèmes qui permettent de les consolider et d'en montrer la portée.

Au-delà du cours de mathématiques, l'élève consolide sa compréhension des notions enseignées en les mobilisant dans des situations issues des autres disciplines de sa filière. Les professeurs de mathématiques sont invités à travailler avec les professeurs des disciplines concernées pour identifier des situations propices à la contextualisation de son enseignement et pour harmoniser les notations et le vocabulaire. Cela favorise les articulations, facilite les transferts et renforce ainsi les acquis des élèves.

Les professeurs veillent à montrer que les mathématiques sont vivantes et en perpétuelle évolution, qu'elles s'inscrivent dans un cadre historique mais aussi dans la société actuelle. Il s'agit par exemple :
- d'insérer des éléments d'histoire des mathématiques, des sciences et des techniques, en classe de mathématiques ;
- de présenter des faits d'actualité liés aux mathématiques (médaille Fields, évocation de mathématiciennes et mathématiciens contemporains, présentation vulgarisée de découvertes importantes, etc.) ;
- de montrer comment les mathématiques permettent d'éclairer et de décrypter l'actualité ;
- de faire connaitre des métiers et des études supérieures où les mathématiques sont utilisées, en veillant à déconstruire les stéréotypes de genre.

Évaluation des élèves

L'évaluation joue un rôle clé dans la régulation des apprentissages, tant pour l'enseignant que pour l'élève, pour lequel elle participe pleinement au développement de son autonomie et à son engagement dans les apprentissages. Elle revêt différentes modalités mais conserve toujours une visée formative ; pour cela, les élèves sont informés en amont des éléments évalués.

L'évaluation doit permettre de repérer les acquis des élèves en lien avec les six compétences mathématiques : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer.

L'évaluation doit faire prendre conscience des réussites et des progrès. Le retour sur l'évaluation est un moment clé du processus d'apprentissage. Il ne se limite pas à une correction collective, mais vise à valoriser les démarches pertinentes, même si elles ne mènent pas immédiatement à la bonne réponse, mettre en lumière les erreurs fréquentes, pour aider les élèves à les comprendre et à y remédier, proposer des pistes progrès aux élèves. Ce retour permet aussi à l'enseignant de réguler sa progression, de revoir certains points du programme ou de proposer d'autres approches pédagogiques. L'aptitude à mobiliser l'outil informatique dans le cadre de la résolution de problèmes doit tout particulièrement être évaluée.

Activités algorithmiques et numériques

Le développement d'un mode de pensée numérique est aujourd'hui constitutif de la formation mathématique. Il ne s'agit plus seulement d'utiliser des outils numériques (calculatrices, logiciels de géométrie, etc.) pour l'enseignement mais d'intégrer à l'enseignement des mathématiques une composante informatique qui recouvre l'algorithmique, la programmation et la pratique du tableur.

Cette dimension s'inscrit de manière transversale dans le cours de mathématiques et repose sur la connaissance d'un nombre limité d'éléments de syntaxe et de fonctions spécifiques à l'outil utilisé (langage Python, tableur). Cela suppose, d'une part, un enseignement explicite par les professeurs, d'autre part, une pratique effective et régulière des élèves.

Tout au long du cycle terminal, les élèves sont amenés à :

- écrire une fonction simple en langage Python ;
- interpréter un algorithme donné ;
- compléter, améliorer ou corriger un programme informatique ;
- traduire un algorithme en langage naturel ou en langage Python ;
- décomposer un programme en fonctions ;
- organiser une feuille de calcul.

Parallèlement, l'utilisation de logiciels pédagogiques, notamment ceux de géométrie dynamique, enrichit le cours de mathématiques d'illustrations ou de simulations propices à l'appropriation des concepts.

Résolution de problèmes et automatismes

La résolution de problèmes est centrale dans l'activité mathématique car elle offre un cadre privilégié pour travailler, mobiliser et combiner les six compétences mathématiques tout en développant des aptitudes transversales. Par ailleurs, elle contribue à donner du sens aux notions étudiées. Toutefois, pour résoudre des problèmes, il faut être en capacité de prendre des initiatives, d'imaginer des pistes de solution et de s'y engager sans s'égarer. Pour cela, on procède souvent par analogie, en rattachant une situation particulière à une classe plus générale de problèmes ou en adaptant une méthode connue à la situation étudiée. La disponibilité d'esprit nécessaire à ces étapes essentielles suppose des connaissances, des procédures et des stratégies immédiatement mobilisables, c'est-à-dire automatisées. L'acquisition de ces automatismes est favorisée par la mise en place, dans la durée et sous la conduite du professeur, d'activités rituelles. Il ne s'agit pas de réduire les mathématiques à des activités répétitives, mais de permettre un ancrage solide des fondamentaux, afin de pouvoir les mobiliser en situation de résolution de problèmes.

Parallèlement à l'ancrage de notions incontournables, les activités visant l'acquisition d'automatismes fournissent des conditions de réussite rapide et mettent l'élève en confiance pour s'engager dans la résolution de problèmes.

Place de l'oral

Les étapes de verbalisation et de reformulation jouent un rôle majeur dans l'appropriation des notions mathématiques et la résolution des problèmes. Comme toutes les disciplines, les mathématiques contribuent au développement des compétences orales notamment à travers la pratique de l'argumentation. Celle-ci conduit à préciser sa pensée et à expliciter son raisonnement de manière à convaincre. Elle permet à chacun de faire évoluer sa pensée, jusqu'à la remettre en cause si nécessaire, pour accéder progressivement à la vérité par la preuve. Des situations variées se prêtent à la pratique de l'oral en mathématiques : la reformulation par l'élève d'un énoncé ou d'une démarche, les échanges interactifs lors de la construction du cours, les mises en commun après un temps de recherche, les corrections d'exercices, les travaux de groupe, les exposés individuels ou à plusieurs, etc. L'oral mathématique mobilise à la fois le langage naturel et le langage symbolique dans ses différents registres (graphiques, formules, calculs).

Trace écrite

Disposer d'une trace de cours claire, explicite et structurée est une aide essentielle à l'apprentissage des mathématiques. Faisant suite aux étapes importantes de recherche, d'appropriation individuelle ou collective, de présentation commentée, la trace écrite récapitule de façon organisée les connaissances, les méthodes et les stratégies étudiées en classe. Explicitant les liens entre les différentes notions ainsi que leurs objectifs, éventuellement enrichie par des exemples ou des schémas, elle constitue pour l'élève une véritable référence vers laquelle il peut se tourner autant que de besoin, tout au long du cycle terminal. Sa consultation régulière (notamment au moment de la recherche d'exercices et de problèmes, sous la conduite du professeur ou en autonomie) favorise à la fois la mémorisation et le développement de compétences. Les professeurs doivent avoir le souci de la bonne qualité (mathématique et rédactionnelle) des traces écrites figurant au tableau et dans les cahiers d'élèves. En particulier, il est essentiel de bien distinguer le statut des énoncés (conjecture, définition, propriété - admise ou démontrée -, démonstration, théorème).

Travail personnel des élèves

Si la classe est le lieu privilégié pour la mise en activité mathématique des élèves, les travaux hors du temps scolaire sont indispensables pour consolider les apprentissages. Fréquents, de longueur raisonnable et de nature variée, ces travaux sont essentiels à la formation des élèves. Individuels ou en groupe, évalués à l'écrit ou à l'oral, ces travaux sont conçus de façon à prendre en compte la diversité des élèves et visent la mémorisation, la maitrise des savoir-faire, le réinvestissement de démarches ou méthodes.

Les professeurs précisent le cadre et les modalités d'usage des outils d'intelligence artificielle dans le travail personnel des élèves.

Cohérence entre l'enseignement de tronc commun et l'enseignement de spécialité « Physique-chimie et mathématiques » des séries STI2D et STL

L'enseignement commun de mathématiques est complété, pour les élèves des séries STI2D et STL, par un enseignement de spécialité intitulé « Physique-chimie et mathématiques ». Il convient pour les professeurs de mathématiques d'inscrire ces deux composantes de la formation en cohérence et en résonance afin de bien préparer les élèves aux démarches mathématiques indispensables à la poursuite et à la réussite d'études scientifiques et technologiques. Cela recouvre aussi bien le choix des supports pour la contextualisation des mathématiques ou pour la modélisation du réel que la pratique de raisonnements faisant appel à l'abstraction. Une étroite collaboration s'impose avec les professeurs de physique-chimie.

Organisation du programme

Le programme est organisé en trois parties transversales (vocabulaire ensembliste et logique ; algorithmique et programmation ; automatismes) et en deux parties thématiques :
- analyse pour étudier ou modéliser des évolutions ;
- statistiques et probabilités pour traiter et interpréter des données, pour modéliser des phénomènes aléatoires.

Les connaissances de la classe de seconde sont réactivées au cours de l'année sans pour autant faire l'objet de chapitres de révision.

Pour la série STD2A, la partie « algorithmique et programmation » est remplacée par une partie « activités géométriques », en raison, d'une part, de la nature spécifique de la spécialité « design et arts appliqués » qui requiert une vision géométrique et, d'autre part, de l'enseignement « outils et langages numériques » qui développe des capacités d'algorithmique et de programmation analogues à celles du programme de mathématiques.

Les parties transversales recensent les capacités attendues qui doivent être travaillées tout au long du cycle terminal, sous forme de rituels ou d'activités intégrées aux enseignements d'analyse et de statistiques et probabilités. Reposant essentiellement sur des notions étudiées dans les classes précédentes, elles ne donnent pas lieu à des chapitres de cours spécifiques mais font cependant l'objet d'un enseignement explicite.

Les parties « analyse » et « statistiques et probabilités » sont organisées en quatre rubriques :
- contenus ;
- capacités attendues ;
- commentaires ;
- situations algorithmiques (sauf pour la série STD2A).

La dernière rubrique (qui ne concerne pas la série STD2A) identifie un nombre limité de situations qui doivent toutes faire l'objet d'un travail spécifique utilisant le langage Python ou le tableur. Les professeurs s'attachent à proposer ces deux modalités afin qu'en fin d'année les élèves aient acquis les capacités attendues en algorithmique et en programmation.

Programme

Vocabulaire ensembliste et logique

L'apprentissage des notations mathématiques et de la logique est transversal à tous les chapitres du programme. Aussi, il importe d'y travailler d'abord dans des contextes où ils se présentent naturellement, puis de prévoir des temps où les concepts et types de raisonnement sont étudiés, après avoir été rencontrés plusieurs fois en situation.

Les élèves doivent connaitre les notions d'élément d'un ensemble, de sous-ensemble, d'ensemble vide, d'appartenance et d'inclusion, de réunion, d'intersection et de complémentaire et savoir utiliser les symboles de base correspondants : $\emptyset$, $\in$, $\subset$, $\cap$, $\cup$, $\{\dots\}$, ainsi que la notation des ensembles de nombres et des intervalles. Ils rencontrent également la notion de couple et celle de produit cartésien de deux ensembles.

Pour le complémentaire d'un sous-ensemble A de E, on utilise la notation $\bar{A}$ des probabilités, ou la notation $E \setminus A$. On utilise la notation $\mathrm{Card}(A)$ pour le cardinal (nombre d'éléments) d'un ensemble fini A.

Pour ce qui concerne le raisonnement logique, les élèves s'exercent :
- à utiliser correctement les connecteurs logiques « et », « ou » ;
- à identifier le statut d'une égalité (identité, équation) et celui de la ou des lettres utilisées (variable, indéterminée, inconnue, paramètre) ;
- à utiliser un contre-exemple pour infirmer une proposition universelle ;
- à distinguer une proposition de sa réciproque, de sa contraposée ;
- à utiliser à bon escient les expressions « condition nécessaire », « condition suffisante », « équivalence logique ».

Commentaires

- La construction de conditions logiques en algorithmique à l'aide des opérateurs ET, OU, NON et la création de filtres en analyse de données sont l'occasion de travailler la logique.
- Dans le cours de mathématiques, les professeurs sont attentifs à expliciter la nature des raisonnements conduits (raisonnement par disjonction des cas, recours à la contraposée, raisonnement par l'absurde) ainsi que les quantificateurs à l'œuvre, en langage naturel et sans formalisme.

Algorithmique et programmation (sauf série STD2A)

La pratique de l'algorithmique et de la programmation se poursuit au cycle terminal. En continuité avec la classe de seconde, le langage utilisé est Python.

Le programme vise la consolidation des notions de variable, d'instruction conditionnelle et de boucle ainsi que l'utilisation des fonctions. La seule notion nouvelle est celle de liste qui trouve naturellement sa place dans de nombreuses parties du programme et aide à la compréhension de notions mathématiques telles que les suites numériques, les tableaux de valeurs, les séries statistiques, etc.

Capacités attendues

Variables

- Utiliser un générateur de nombres aléatoires entre 0 et 1 pour simuler une loi de Bernoulli de paramètre p.
- Utiliser la notion de compteur.
- Utiliser le principe d'accumulateur pour calculer une somme, un produit.

Fonctions

- Identifier les entrées et les sorties d'une fonction.
- Structurer un programme en ayant recours aux fonctions.

Listes

- Générer une liste (en extension, par ajouts successifs, en compréhension).
- Manipuler des éléments d'une liste (ajouter, supprimer, etc.) et leurs indices.
- Itérer sur les éléments d'une liste.

Sélection de données

- Traiter un fichier contenant des données réelles pour en extraire de l'information et l'analyser.
- Réaliser un tableau croisé de données sur deux critères à partir de données brutes.

Commentaires

- Les notions relatives aux types de variables et à l'affectation sont consolidées. Comme en classe de seconde, on utilise le symbole « $\leftarrow$ » pour désigner l'affectation dans un algorithme écrit en langage naturel.
- L'accent est mis sur la programmation modulaire qui permet de découper une tâche complexe en tâches plus simples.
- La génération des listes en compréhension et en extension est mise en lien avec la notion d'ensemble. Les conditions apparaissant dans les listes définies en compréhension permettent de travailler la logique.
- Afin d'éviter des confusions, il est recommandé de se limiter aux listes sans présenter d'autres types de collections.

Activités géométriques (uniquement pour la série STD2A)

Cette partie du programme vise essentiellement à entretenir une pratique et une vision géométriques en lien avec la spécialité « design et arts appliqués ». Il s'agit moins d'une étude abstraite et académique de la géométrie que d'un dialogue entre observation, analyse et création artistique. Les activités proposées gagnent à être mises en lien avec la partie modélisation 3D de l'enseignement « outils et langages numériques ».

Les quelques notions nouvelles qui figurent au programme sont introduites uniquement en vue d'être mobilisées dans des activités portant sur des situations concrètes et variées : motifs réguliers sur des tissus, rosaces, mosaïques, objets décoratifs, structures architecturales, etc. Les professeurs peuvent aborder d'autres notions si la situation étudiée le nécessite.

Géométrie plane

Contenus

Figures régulières

- Exemples de polygones réguliers.
- Exemples de frises ou de pavages.

Capacités attendues

- Analyser et construire des polygones réguliers à l'aide d'un motif élémentaire et de transformations du plan.
- Calculer des distances, des angles, des aires et des périmètres associés aux polygones réguliers.
- Créer une figure à partir d'un motif élémentaire par répétition d'une ou de deux transformations simples.
- Analyser une frise ou un pavage et en rechercher un motif élémentaire.

Commentaires

- Selon les cas, le motif élémentaire d'une frise ou d'un pavage peut être pris sous la forme d'un triangle rectangle ou isocèle, d'un parallélogramme ou d'un rectangle.
- La classification des types de frises ou de pavages n'est pas un attendu du programme.
- Dans le cadre de raccordements faisant intervenir un arc de cercle, on exploite la notion géométrique de tangente à un cercle.

Géométrie dans l'espace

Contenus

Repérage

- Coordonnées d'un point dans un repère orthonormal de l'espace.
- Distance entre deux points.

Perspective cavalière

- Projection sur un plan parallèlement à une droite.
- Propriétés conservées (milieux, contacts, rapports de longueurs) et non conservées (longueurs, angles) par une projection parallèle.

Solides

- Cylindres de révolution.
- Sections planes d'un cube.
- Sections planes d'un cylindre de révolution ; ellipses.

Capacités attendues

- Utiliser la représentation en perspective cavalière d'un quadrillage ou d'un cube pour représenter d'autres objets.
- Représenter en perspective ou en vraie grandeur des sections planes.
- Construire des sections planes de cubes et de cylindres de révolution.
- Construire un parallélogramme circonscrit à une ellipse.
- Construire l'image perspective d'un cercle à partir d'un carré circonscrit au cercle.

Automatismes

Cette partie du programme vise à construire et à entretenir des habiletés dans les domaines du calcul, de l'information chiffrée et des représentations graphiques. Il s'agit d'automatiser le recours à des connaissances, des procédures, des méthodes et des stratégies afin de permettre aux élèves de les mobiliser plus rapidement. Leur acquisition permet aux élèves une meilleure réussite dans l'apprentissage des mathématiques, participe du développement de leur esprit critique par une meilleure maitrise des chiffres et du calcul et leur permet une meilleure lecture et compréhension des représentations de données dont les graphiques.

Les capacités attendues énoncées ci-dessous n'ont pas vocation à faire l'objet d'un chapitre d'enseignement spécifique car les notions qui les sous-tendent ont été travaillées dans les classes antérieures et doivent être entretenues et consolidées au cours de l'année. Cependant les nouvelles notions du programme peuvent donner lieu également à un travail d'automatisation tout le long de l'année. Elles relèvent d'un entrainement régulier privilégiant l'activité mentale. Les différents thèmes proposés doivent être travaillés tout au long de l'année et la présentation par blocs thématiques ne signifie pas, bien au contraire, qu'il faille les aborder les uns après les autres. Les modalités de mise en œuvre peuvent être variées et prendre appui sur différents supports : à l'oral, à l'écrit, individuellement ou en groupe, utilisant éventuellement des outils numériques de vidéo-projection, de recensement instantané des réponses, etc.

À la liste ci-dessous s'ajoute la liste des automatismes travaillés en classe de seconde, qui doivent être entretenus en classe de première.

Capacités attendues

Évolutions et variations

- Appliquer un taux d'évolution pour calculer une valeur finale ou initiale.
- Calculer un taux d'évolution, l'exprimer en pourcentage.
- Calculer le taux d'évolution équivalent à plusieurs évolutions successives.
- Calculer un taux d'évolution réciproque.

Calcul numérique et algébrique

- Résoudre une équation produit nul.
- Déterminer le signe d'une expression du premier degré, d'une expression factorisée du second degré.
- Développer, factoriser, réduire une expression algébrique simple.

Fonctions et représentations

- Résoudre graphiquement une équation, une inéquation du type : $f(x) = k$, $f(x) < k$, etc.
- Déterminer graphiquement le signe d'une fonction ou son tableau de variations.
- Tracer une droite donnée par son équation réduite ou par un point et son coefficient directeur.
- Lire graphiquement l'équation réduite d'une droite.
- Déterminer le coefficient directeur d'une droite à partir des coordonnées de deux de ses points.

Statistiques

- Lire un graphique, un histogramme, un diagramme en barres ou circulaire, un diagramme en boite ou toute autre représentation (repérer l'origine du repère, les unités de graduations ou les échelle, etc.).
- Passer du graphique aux données et vice-versa.
- Calculer et interpréter des indicateurs statistiques pour une série statistique.

Probabilités

- Calculer des probabilités conditionnelles lorsque les évènements sont présentés sous forme de tableau croisé d'effectifs ou d'arbres pondérés.
- Distinguer $P(A \cap B)$, $P_A(B)$, $P_B(A)$.

Analyse

Le programme d'analyse permet à la fois de conforter l'acquisition de connaissances et de méthodes déjà étudiées (fonctions et problèmes du premier degré, fonctions carré et cube) et d'introduire des notions nouvelles (polynômes de degré 2 ou 3, suites, dérivées). La plupart de ces notions peuvent être présentées à partir de contextes familiers aux élèves (emprunts, placements, couts, vitesses, etc.) ou de représentations fournies par les outils numériques (calculatrice, tableur, logiciel de géométrie dynamique) avant d'être définies de manière formelle et générale. Cette démarche inductive facilite l'accès progressif à l'abstraction qui est l'un des enjeux de l'enseignement des mathématiques au cycle terminal. La mise en application des modèles d'analyse étudiés, tant dans des situations internes qu'externes aux mathématiques, permet à la fois de consolider les habiletés en calcul, de développer les capacités de raisonnement et d'étudier des systèmes évolutifs de différentes natures.

Cette partie du programme s'organise autour de trois grands axes :

- les suites numériques comme modèles mathématiques d'évolutions discrètes ;
- les fonctions numériques de la variable réelle comme modèles mathématiques d'évolutions continues ;
- la dérivation comme concept mathématique traduisant une évolution instantanée.

Suites numériques

Contenus

Les suites comme modèles mathématiques d'évolutions discrètes

- Différents modes de génération d'une suite numérique.
- Sens de variation.
- Représentation graphique : nuage de points $(n, u(n))$.

Les suites arithmétiques comme modèles discrets d'évolutions absolues constantes (croissance linéaire) et les suites géométriques (à termes strictement positifs) comme modèles discrets d'évolutions relatives constantes (croissance exponentielle)

- Relation de récurrence.
- Explicitation du terme de rang n.
- Sens de variation.
- Représentation graphique.

Capacités attendues

- Modéliser une situation à l'aide d'une suite.
- Reconnaitre si une situation relève d'un modèle discret de variation linéaire ou exponentielle.
- Calculer un terme de rang donné d'une suite définie par une relation fonctionnelle ou une relation de récurrence.
- Réaliser et exploiter la représentation graphique des termes d'une suite.
- Conjecturer, à partir de sa représentation graphique, la nature arithmétique ou géométrique d'une suite.
- Démontrer qu'une suite est arithmétique ou géométrique.
- Déterminer le sens de variation d'une suite arithmétique ou géométrique à l'aide de la raison.

Commentaires

- L'utilisation d'un tableur pour calculer des termes d'une suite favorise la compréhension des différents modes de génération.
- L'objectif est de modéliser des situations discrètes simples, choisies notamment en lien avec les autres enseignements de la série (évolution ou actualisation d'un capital, évolution d'une colonie bactérienne, etc.).
- En lien avec l'écriture fonctionnelle, on utilise la notation $u(n)$ préalablement à celle de u_n.
- L'étude des suites arithmétiques et géométriques permet de comparer différents types de croissance.
- En classe de première, il convient de faire fonctionner la définition par récurrence d'une suite géométrique ou arithmétique.
- On s'attache à présenter des suites qui ne sont ni arithmétiques ni géométriques.

Situations algorithmiques (sauf série STD2A)

- Calculer un terme de rang donné d'une suite, une somme finie de termes.
- Déterminer une liste de termes d'une suite et les représenter.
- Déterminer le rang à partir duquel les termes d'une suite sont supérieurs ou inférieurs à un seuil donné, ou aux termes de même rang d'une autre suite.

Fonctions de la variable réelle

Contenus

Les fonctions comme modèles mathématiques d'évolutions continues

- Différents modes de représentation d'une fonction : expression littérale, représentation graphique.
- Notations $y = f(x)$ et $x \mapsto f(x)$.
- Taux de variation, entre deux valeurs de la variable x, d'une grandeur y vérifiant $y = f(x)$.
- Fonctions monotones sur un intervalle, lien avec le signe du taux de variation.

Fonctions polynômes de degré 2

- Éléments caractéristiques de la courbe : allure, axe de symétrie, coordonnées du sommet en lien avec la symétrie et tableau de variation de la fonction.
- Racines et signe d'un polynôme de degré 2 donné sous forme factorisée (le calcul des racines à l'aide du discriminant ne figure pas au programme).

Capacités attendues

- Modéliser la dépendance entre deux grandeurs à l'aide d'une fonction.
- Résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = k$ ou une inéquation de la forme $f(x) < k$ ou $f(x) > k$.
- Interpréter le taux de variation comme pente de la sécante à la courbe passant par deux points distincts.
- Associer une parabole à une expression algébrique de degré 2, pour les fonctions de la forme : $x \mapsto ax^2$, $x \mapsto ax^2 + c$, $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$.
- Déterminer des éléments caractéristiques de la fonction $x \mapsto ax^2 + bx + c$. Aucune formule n'est attendue. On déterminera l'axe de symétrie par exemple en résolvant l'équation $f(x) = c$.
- Vérifier qu'une valeur conjecturée est racine d'un polynôme de degré 2.
- Savoir factoriser, dans des cas simples, une expression du second degré connaissant au moins une de ses racines.
- Utiliser la forme factorisée (en produit de facteurs du premier degré) d'un polynôme de degré 2 pour trouver ses racines et étudier son signe.

Commentaires

- Les fonctions polynômes de degré 2 fournissent des occasions de pratiquer le calcul numérique (image d'un nombre donné) et littéral (développement, factorisation) et de travailler sur les représentations graphiques.
- Les exemples prennent appui sur des situations réelles (impôts, hauteurs de marée, tarifs de courrier, évolution de l'émission de CO_2, etc.) et internes aux mathématiques (problèmes d'optimisation dans un cadre géométrique, etc.).
- Les professeurs utilisent différentes notations pour la variable : t, u, etc. et habituent les élèves à lire des graphiques reliant une grandeur y à une grandeur composée (x^2,$1/x$, etc.), ce qui permet notamment de donner sens à l'expression « grandeurs inversement proportionnelles ».
- La recherche systématique des racines d'un polynôme de degré 2 ne figurant pas au programme, on privilégie les situations où les racines sont évidentes ainsi que les interprétations graphiques. En cas de besoin, la résolution d'une équation du second degré peut se faire à l'aide d'un solveur.

Situations algorithmiques (sauf série STD2A)

- Calculer une valeur approchée d'une solution d'une équation par balayage.

Dérivation

Contenus

Point de vue local : approche graphique de la notion de nombre dérivé

- Sécantes à une courbe passant par un point donné ; taux de variation en un point.
- Tangente à une courbe en un point, définie comme position limite des sécantes passant par ce point.
- Nombre dérivé en un point défini comme limite du taux de variation en ce point.
- Équation réduite de la tangente en un point.

Point de vue global

- Fonction dérivée ;
- Fonctions dérivées de : $x \mapsto x^2$, $x \mapsto x^3$.
- Dérivée d'une somme, dérivée de kf ($k \in \mathbb{R}$), dérivée d'un polynôme de degré inférieur ou égal à 3.
- Sens de variation d'une fonction, lien avec le signe de la dérivée.
- Tableau de variations, extrémums.

Capacités attendues

- Interpréter géométriquement le nombre dérivé comme coefficient directeur de la tangente.
- Construire la tangente à une courbe en un point.
- Déterminer l'équation réduite de la tangente à une courbe en un point.
- Calculer la dérivée d'une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à trois.
- Déterminer le sens de variation et les extrémums d'une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à 3.

Commentaires

- La notion de nombre dérivé gagne à être illustrée dans des contextes variés :
- dans le cadre d'un mouvement rectiligne, il est possible d'interpréter le taux de variation de la position du point mobile entre deux instants comme une vitesse moyenne et le nombre dérivé comme une vitesse instantanée ;
- dans un cadre économique, le nombre dérivé est relié au coût marginal.
- À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, on visualise la position limite des sécantes à une courbe en un point.
- Il est recommandé de ne pas donner la définition formelle de la notion de limite et de s'en tenir à une approche intuitive à partir d'exemples. Le vocabulaire et la notation correspondants sont introduits à l'occasion du travail sur la notion de nombre dérivé.
- Il est possible de démontrer que la dérivée d'une fonction monotone est de signe constant. La réciproque (admise) s'appuie sur l'interprétation géométrique du nombre dérivé comme coefficient directeur de la tangente.

Statistiques et probabilités

En statistiques, à la suite des couples de variables qualitatives étudiés en classe de seconde, on introduit en première technologique l'étude des séries statistiques à deux variables quantitatives.

En probabilités, les objectifs sont les suivants :
- utiliser la notion de probabilité conditionnelle pour définir l'indépendance de deux évènements ;
- modéliser des cas simples d'expériences aléatoires à plusieurs épreuves indépendantes ;
- introduire la notion de variable aléatoire.

La simulation est une composante importante de l'apprentissage des probabilités au cycle terminal. Elle permet d'observer la fluctuation d'échantillonnage et de traiter des situations fréquemment rencontrées dans la vie sociale (sondages d'opinion, données socioéconomiques, jeux de hasard, etc.) ou en sciences expérimentales (incertitude de mesure), tout en se prêtant à des activités de programmation instructives.

Des activités de programmation, au tableur ou en langage Python, permettent d'automatiser certains calculs et d'obtenir des résultats inaccessibles à la main.

Séries statistiques à deux variables quantitatives

Alors que le programme de la classe de seconde est consacré, dans sa partie relative aux statistiques, à l'étude de couples de variables qualitatives, celui de la classe première technologique aborde l'étude de variables quantitatives, représentées par des nuages de points. On procède à la recherche d'ajustements pertinents affines de ces nuages, dans le but de réaliser des interpolations ou des extrapolations.

Contenus

- Nuage de points associé à une série statistique à deux variables quantitatives.
- Ajustement affine, point moyen.

Capacités attendues

- Représenter un nuage de points.
- Savoir calculer les coordonnées du point moyen.
- Déterminer et utiliser un ajustement affine.
- Interpoler ou extrapoler des valeurs inconnues à l'aide d'un ajustement affine.

Commentaires

- Plusieurs ajustements sont proposés (au jugé, droite de Mayer, moindres carrés) mais aucune connaissance théorique n'est attendue. L'appréciation de leur qualité peut faire l'objet d'une discussion au sein de la classe.
- La méthode des moindres carrés est présentée : recherche d'une droite d'équation $y = ax + b$ réalisant le minimum de $\sum_i (y_i - (ax_i + b))^2$ pour le nuage de points (x_i, y_i).
- Les situations ou contextes réels, en lien notamment avec les enseignements de spécialité, sont privilégiés :
- données issues des domaines de la santé, de l'économie, de la gestion, des sciences sociales, etc. ;
- mesures expérimentales de grandeurs liées par une relation linéaire en physique-chimie (intensité et tension ; droite d'étalonnage d'une concentration, etc.), en biotechnologies ou en sciences de l'ingénieur dans tous les domaines (industriels, génie civil, etc.).
- Les élèves sont entrainés à exercer leur esprit critique sur la pertinence, au regard des données et de la situation étudiée, d'une modélisation par ajustement affine et sur les limites des extrapolations faites dans ce cadre.

Probabilités conditionnelles : indépendance

La notion de probabilité conditionnelle permet d'introduire de manière intuitive l'indépendance de deux évènements : deux évènements A et B sont dits indépendants si la probabilité conditionnelle de A sachant B est égale à la probabilité de A (sous réserve de la non-nullité de celle de B).

Contenus

- Indépendance de deux évènements.
- Formule des probabilités totales.

Capacités attendues

- Savoir utiliser ou justifier l'indépendance de deux évènements.
- Dans les cas simples, calculer une probabilité à l'aide de la formule des probabilités totales.

Commentaires

- L'indépendance de deux évènements repose sur la définition suivante : pour un évènement A de probabilité non nulle, B est indépendant de A si $P_A(B) = P(B)$. On démontre que la propriété d'indépendance est symétrique lorsque A et B sont de probabilités non nulles.

Modèle associé à une expérience aléatoire à plusieurs épreuves indépendantes

Contenus

- Probabilité associée à la répétition d'épreuves aléatoires identiques et indépendantes de Bernoulli.

Capacités attendues

- Représenter par un arbre de probabilités la répétition de n épreuves aléatoires identiques et indépendantes de Bernoulli avec $n \leqslant 4$ afin de calculer des probabilités.

Variables aléatoires

Contenus

- Variable aléatoire discrète : loi de probabilité, espérance.
- Loi de Bernoulli (0,1) de paramètre p, espérance.

Capacités attendues

- Interpréter en situation les écritures $\{X = a\}$, $\{X \leqslant a\}$ où X désigne une variable aléatoire et calculer les probabilités correspondantes $P(X = a)$, $P(X \leqslant a)$.
- Calculer et interpréter en contexte l'espérance d'une variable aléatoire discrète.
- Reconnaitre une situation aléatoire modélisée par une loi de Bernoulli.
- Simuler N échantillons de taille n d'une loi de Bernoulli et représenter les fréquences observées des 1 par un histogramme ou un nuage de points.
- Interpréter sur des exemples la distance à p de la fréquence observée des 1 dans un échantillon de taille n d'une loi de Bernoulli de paramètre p.

Commentaires

- On s'abstient de tout formalisme sur les variables aléatoires. Elles sont essentiellement manipulées en contexte pour modéliser des situations dans lesquelles les issues sont des nombres aléatoires.
- La simulation d'échantillons de taille n d'une loi de Bernoulli de paramètre p permet d'observer la fluctuation d'échantillonnage.
- Sur des simulations de N échantillons (N de l'ordre de plusieurs centaines), on évalue le pourcentage d'échantillons dont la fréquence observée des 1 se situe à une distance s, $2s$ ou $3s$ de p où s désigne l'écart-type de la série des fréquences observées. Sans développer de théorie de décision ou de test, et en prenant appui sur des simulations et des représentations (histogramme, nuage de points), on fait percevoir, pour une observation donnée, la diversité des interprétations possibles de la distance à p (paramètre du modèle) de la fréquence des 1 : situation fréquente ou situation rare dans le cadre du modèle.
- Sur des simulations, on constate que la série des fréquences observées des 1 dans N échantillons de taille n d'une loi de Bernoulli a un écart-type de l'ordre de $\frac{1}{\sqrt{n}}$. Pour plusieurs valeurs de n on représente $\frac{1}{\sqrt{n}}$ en abscisse et, en ordonnée, l'écart-type s des fréquences observées des 1 dans N échantillons (plusieurs centaines) de taille n. On peut commenter ce résultat en observant que pour diviser la dispersion par k il faut multiplier la taille de l'échantillon par k^2.

Situations algorithmiques (sauf série STD2A)

- Simuler des échantillons de taille n d'une loi de Bernoulli à partir d'un générateur de nombres aléatoires entre 0 et 1.
- Représenter par un histogramme ou par un nuage de points les fréquences observées des 1 dans N échantillons de taille n d'une loi de Bernoulli.

Compter le nombre de valeurs situées dans un intervalle de la forme $[p - ks\ ;\ p + ks]$ pour $k \in \{1; 2; 3\}$.