# Thème : Quelques applications des matrices

## Correction de l’activité 1. Transformations et matrices

**Partie A *Découverte à l'aide de GeoGebra***

Les deux questions permettent d'obtenir un contenu équivalent à celui du fichier **transformations\_et\_matrices.ggb.**

**Partie B *Premières transformations***

Les trois premières questions permettent d'obtenir un contenu équivalent à celui du fichier **transformations\_et\_matrices.ggb.**

1. On conjecture que
2. On a .
   1. Ainsi, puisque , en effectuant le produit matriciel, on obtient . La conjecture faite à la question 4) est donc justifiée.
   2. La figure1 est un ensemble de points de coordonnées . Les coordonnées de chaque point sont transformées en qui sont les coordonnées des points de la figure symétrique de la figure1. La transformation associée à la matrice est donc la symétrie d'axe .
3. a) Dans la symétrie d'axe , l'abscisse des points est invariante donc . Par contre l'ordonnée est transformée en son opposée donc . La matrice associée à cette transformation est donc :
   1. On écrit dans GeoGebra. Elle correspond effectivement à la symétrie d'axe . Voir le fichier **transformations\_et\_matrices.ggb.**
   2. Dans la symétrie de centre , l'abscisse des points est transformée en son opposée donc . De plus, l'ordonnée est également transformée en son opposée donc . La matrice associée à cette transformation est donc :
   3. On écrit dans GeoGebra. Elle correspond effectivement à la symétrie de centre . Voir le fichier **transformations\_et\_matrices.ggb.**

**Partie C *Autres transformations***

1. a) Traduction de la définition de la rotation à l'aide de et de .

équivaut à

* 1. Déduction de la relation entre et

équivaut successivement à

.

.

.

Conclusion :

En utilisant le résultat de la question 1)a), on a :

équivaut à .

1. En utilisant les formes algébriques , et , on a :

En développant, on a :

Ce système peut s'écrire avec des matrices :

Donc

avec .

1. Dans le cas où , on a

On retrouve la matrice de la symétrie centrale. Effectivement la symétrie de centre est la même transformation que la rotation de centre et d'angle .

1. a) Dans le cas où , on a .

On écrit dans GeoGebra M\_5={{0,-1},{1,0}}

Elle correspond effectivement à la rotation de centre , d’angle .

Voir le fichier **transformations\_et\_matrices.ggb.**

* 1. Dans le cas où , on a .

On écrit dans GeoGebra M\_6={{1/2,-sqrt(3)/2},{ sqrt(3)/2, 1/2}}

Elle correspond effectivement à la rotation de centre , d’angle .

Voir le fichier **transformations\_et\_matrices.ggb.**

1. a)

.

* 1. On a :

Pour toute matrice colonne , on a :

Or où sont les coordonnées du point image du point par la rotation de centre et d’angle .

Puisque les coordonnées de sont à leur tour multipliée par la matrice de la rotation de centre et d’angle , on en déduit que la matrice est la matrice de la rotation de centre d’angle suivie de la rotation de centre d’angle .

Conclusion :

est la matrice de la **rotation de centre** , d’angle **.**