

Modéliser en mathématiques Vérification de la « loi de Benford » en 5ème

PREAMBULE

Qu'est ce que la loi de Benford ?

Le principe est d'étudier le 1^{er} chiffre non nul d'une série de nombres. Contrairement à l'intuition la fréquence d'apparition de ce 1^{er} chiffre n'est pas du tout la même selon le chiffre. Par exemple la fréquence du chiffre 1 est d'environ 30% alors que celle du chiffre 3 est au environ de 12% et celle du chiffre 9 n'est que de 5%.

C'est cette curiosité qui va être étudiée par les élèves.

Le but de l'activité est de vérifier la validité de la loi de Benford sur 3 exemples :

- *Des prix dans un catalogue*
- *La population des départements français.*
- *La superficie des pays.*

Les élèves font l'activité sans connaître l'énoncé de la loi de Benford et émettent des suggestions sur ce qu'ils trouvent de surprenant dans les résultats obtenus.

Les photocopies des pages 14 et 15 du livre « le théorème du parapluie » de Mickael LAUNAY sont alors données aux élèves. Il découvre la loi de Benford (sans pour autant rentrer dans les détails du domaine de validité et de l'explication du pourquoi ça marche).

LES ACTIVITES PROPOSEES

ACTIVITE 1 : relevé de prix.

Voici le relevé de prix sur les 20 premières pages d'un catalogue d'une grande surface :

<i>pull</i>	39,00	<i>laits 1</i>	3,61	<i>beurre</i>	0,77
<i>autocuiseur</i>	49,90	<i>laits 2</i>	11,95	<i>fromage blanc.</i>	1,28
<i>verres</i>	5,50	<i>soupe</i>	1,65	<i>fromage 1</i>	0,97
<i>eau pétillante</i>	3,79	<i>haricots verts</i>	2,98	<i>fromage 2</i>	2,13
<i>poisson panés</i>	3,99	<i>thon</i>	3,74	<i>fromage 3</i>	1,06
<i>brioche 1</i>	1,65	<i>gâteaux apéro 1</i>	0,55	<i>fromage 4</i>	0,77
<i>café 1</i>	5,59	<i>cassoulet</i>	1,60	<i>fromage 5</i>	1,65
<i>café 2</i>	0,84	<i>maquereaux</i>	1,10	<i>fromage 6</i>	2,52
<i>brioche 2</i>	1,65	<i>mayonnaise</i>	1,65	<i>fromage 7</i>	4,91
<i>céréales 1</i>	1,69	<i>sauce tomate</i>	2,78	<i>fromage 8</i>	1,01
<i>céréales 2</i>	1,69	<i>huile</i>	3,64	<i>fromage 9</i>	1,10
<i>confitures</i>	0,73	<i>gâteaux apéro 2</i>	0,49	<i>œufs</i>	2,71
<i>biscuits 1</i>	2,99	<i>gâteaux apéro 3</i>	1,95	<i>jambon 1</i>	2,17
<i>café 3</i>	3,28	<i>gâteaux apéro 4</i>	0,69	<i>jambon 2</i>	0,90
<i>biscuits 2</i>	2,49	<i>Flan</i>	1,54	<i>jambon 3</i>	1,65
<i>biscuits 3</i>	1,26	<i>crème chocolat</i>	0,79	<i>jambon 4</i>	1,88
<i>compote</i>	3,70	<i>yaourt 1</i>	1,57	<i>jambon 5</i>	1,20
<i>barres chocolatées 1</i>	1,84	<i>yaourt 2</i>	1,74	<i>jambon 6</i>	1,99
<i>crèmes dessert</i>	4,00	<i>yaourt 3</i>	1,39	<i>jambon 7</i>	3,46
<i>biscuits 4</i>	0,37	<i>yaourt 4</i>	2,97	<i>lardons 7</i>	1,30
<i>barres chocolatées 2</i>	2,13	<i>yaourt 5</i>	0,77	<i>Lardons 2</i>	1,65
<i>chocolat</i>	1,04	<i>yaourt 6</i>	2,60	<i>Saucisson</i>	1,63
<i>pâtes</i>	1,41	<i>crème vanille</i>	1,72	<i>couscous</i>	2,77
<i>purée</i>	1,46	<i>lait 3</i>	7,12	<i>lasagne</i>	3,86
<i>riz</i>	2,01	<i>compote 2</i>	2,96	<i>gnocchi</i>	0,98
<i>pots bébé</i>	6,95	<i>crèmes dessert 2</i>	2,17	<i>pizza</i>	2,09

BUT DE L'ACTIVITE

Le but de l'activité est d'étudier, le 1^{er} chiffre du prix différent de 0.

Exemples :

- Le premier chiffre différent de 0 de **3**2,15 € est 3
- Le premier chiffre différent de 0 de 0,**2**7 € est 2

1/ Compléter le tableau suivant :

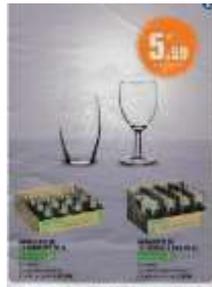
Le premier chiffre différent de 0 du prix	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Effectifs									

2/ Faire un diagramme bâton des résultats obtenus.

Voici les premières pages
du catalogue.



CHEZ E.LECLERC VOUS SAVEZ



QUE VOUS ACHETEZ MOINS CHER.



CHEZ E.LECLERC VOUS SAVEZ



QUE VOUS ACHETEZ MOINS CHER.



4



ACTIVITE 2 : La population dans les départements français.

Voici le relevé de la population des départements français :

01	Ain	653688
02	Aisne	528016
03	Allier	333065
04	Alpes-de-Haute-Provence	161980
05	Hautes-Alpes	141784
06	Alpes-Maritimes	1080899
07	Ardèche	327011
08	Ardennes	267409
09	Ariège	152340
10	Aube	309117
11	Aude	368011
12	Aveyron	277900
13	Bouches-du-Rhône	2035410
14	Calvados	691676
15	Cantal	143627
16	Charente	350240
17	Charente-Maritime	646016
18	Cher	300174
19	Corrèze	240973
2A	Corse-du-Sud	158800
2B	Haute-Corse	180378
21	Côte-d'Or	532901
22	Côtes-d'Armor	596518
23	Creuse	117340
24	Dordogne	409548
25	Doubs	539465
26	Drôme	517414
27	Eure	606419
28	Eure-et-Loir	431437
29	Finistère	905238
30	Gard	745756
31	Haute-Garonne	1390496
32	Gers	189326
33	Gironde	1620243

34	Hérault	1165412
35	Ille-et-Vilaine	1076330
36	Indre	217312
37	Indre-et-Loire	608387
38	Isère	1262108
39	Jura	258624
40	Landes	409325
41	Loir-et-Cher	330727
42	Loire	762222
43	Haute-Loire	226835
44	Loire-Atlantique	1425592
45	Loiret	678722
46	Lot	171770
47	Lot-et-Garonne	330159
48	Lozère	75700
49	Maine-et-Loire	815325
50	Manche	492627
51	Marne	567225
52	Haute-Marne	173041
53	Mayenne	305021
54	Meurthe-et-Moselle	731753
55	Meuse	184474
56	Morbihan	751309
57	Moselle	1036153
58	Nièvre	201518
59	Nord	2592185
60	Oise	825207
61	Orne	279755
62	Pas-de-Calais	1463196
63	Puy-de-Dôme	656643
64	Pyrénées-Atlantiques	679354
65	Hautes-Pyrénées	225219
66	Pyrénées-Orientales	481691
67	Bas-Rhin	1126505

68	Haut-Rhin	761480
69	Rhône	1882339
70	Haute-Saône	233394
71	Saône-et-Loire	549763
72	Sarthe	561583
73	Savoie	432716
74	Haute-Savoie	829017
75	Paris	2140526
76	Seine-Maritime	1248590
77	Seine-et-Marne	1421735
78	Yvelines	1436581
79	Deux-Sèvres	374873
80	Somme	569662
81	Tarn	387638
82	Tarn-et-Garonne	261558
83	Var	1075649
84	Vaucluse	563751
85	Vendée	679024
86	Vienne	437368
87	Haute-Vienne	371575
88	Vosges	361031
89	Yonne	336532
90	Territoire de Belfort	143104
91	Essonne	1314827
92	Hauts-de-Seine	1606088
93	Seine-Saint-Denis	1654477
94	Val-de-Marne	1395209
95	Val-d'Oise	1243921
971	Guadeloupe	382704
972	Martinique	364354
973	Guyane	296711
974	La Réunion	866506
976	Mayotte	270372

BUT DE L'ACTIVITE

Comme l'activité précédente, le but de l'activité est d'étudier, le 1^{er} chiffre du nombre d'habitants des départements français.

On a obtenu le tableau suivant :

Le premier chiffre	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Effectifs	32	16	16	7				4	1

1/ Compléter le tableau précédent.

2/ Faire un diagramme circulaire des résultats obtenus.

ACTIVITE 3 : La superficie des pays.

Dans un fichier tableur « superficie des pays monde » on a relevé le 1^{er} chiffre différent de 0 des superficies des pays :

Le premier chiffre différent de 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Effectifs	63	45	32	24	16	16	16	10	13
Fréquence									

1/ Compléter le tableau précédent.

2/ Faire un diagramme circulaire des résultats obtenus.

POUR FINIR :

Que remarques-tu concernant les résultats des 3 activités précédentes.

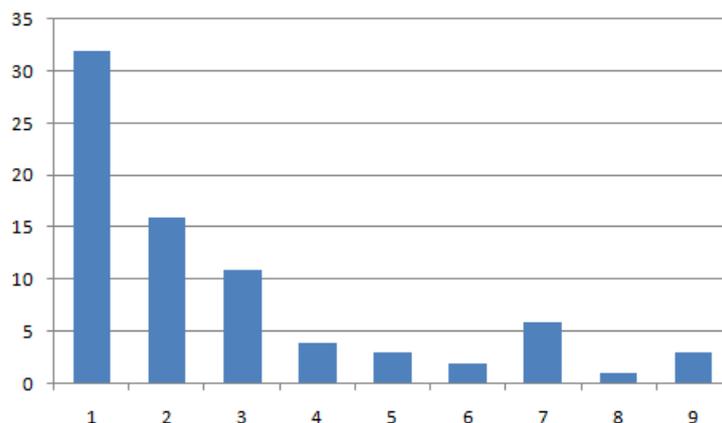
LES RESULTATS OBTENUS

ACTIVITE 1 : relevé de prix.

1/ Compléter le tableau suivant :

Le premier chiffre différent de 0 du prix	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Effectifs	32	16	11	4	3	2	6	1	3

2/ Faire un diagramme bâton des résultats obtenus.

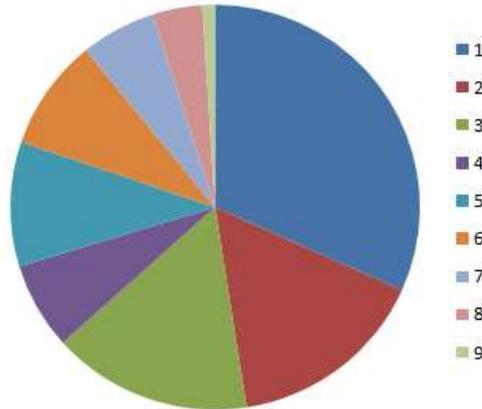


ACTIVITE 2 : La population dans les départements français.

1/ Compléter le tableau précédent.

<i>Le premier chiffre</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	<i>TOTAL</i>
<i>Effectifs</i>	32	16	16	7	10	9	6	4	1	101

2/ Faire un diagramme circulaire des résultats obtenus.



ACTIVITE 3 : La superficie des pays.

1/ Compléter le tableau précédent.

<i>Le premier chiffre</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	<i>TOTAL</i>
<i>Effectifs</i>	63	45	32	24	16	16	16	10	13	235
<i>Fréquence</i>	$63 \div 235$ 0,27 ou 27 %	$45 \div 235$ 0,19 ou 19 %	$32 \div 235$ 0,14 ou 14 %	$24 \div 235$ 0,10 ou 10 %	$16 \div 235$ 0,07 ou 7 %	$16 \div 235$ 0,07 ou 7 %	$16 \div 235$ 0,07 ou 7 %	$10 \div 235$ 0,04 ou 4 %	$13 \div 235$ 0,06 ou 6 %	

2/ Faire un diagramme circulaire des résultats obtenus.

